ILSE

MATEMÁTICA-QUINTO
REVISIÓN INTEGRADORA

1) Dada $f(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{2x+2}$. Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Justificar todas las respuestas.

a) $Dom_f = R$

b) $\operatorname{Im}_f = R$

c) El gráfico es una recta

d) $f(x)=\dfrac{1}{2}x+2$

e) Es continua en R

f) No tiene A. V.

2) Dada $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+4x+3}{2x+2}}$: a) Determinar dominio; b) Calcular $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$;
c) Calcular $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$; d) Calcular $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$

3) Dada $f(x)=\log_5\left[\dfrac{x^2-x-6}{x-3}\right]$, se pide a) Determinar dominio; b) Graficar;
c) Calcular $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$; d) Calcular $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

4) Analizar la continuidad, determinar asíntotas, graficar y graficar:

$$f(x)=\frac{x^2-3}{x^3-x^2-3x+3}$$

5) Determinar **a** y **b** tal que f(x) sea continua en R, graficar la función

$$f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}/f(x)=\begin{cases}3^{x-1}-7 & si \quad x<3\\ b & si \quad x=3\\ \log_3(x-a) & si \quad x>3\end{cases}$$

6) Determinar asíntotas, analizar continuidad y graficar $f(x)=\dfrac{-x^4+4x^2-3}{x^2-3}$

7) Determinar **k** para que $f(x)$ sea continua en x=0

$$f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}/f(x)=\begin{cases}(2+x)^{-\frac{1}{x}} & si\ x\neq 0\\ k & si\ x=0\end{cases}$$

8) Analizar la cantidad de soluciones que tienen las siguientes ecuaciones:
a) $x^7+3x^5+2x+1=0$ b) $e^x=1-x$ c) $x^3-3x=3$ d) $x^3-3x+2=0$

9) Determinar **a** y **b** tales que $f(x)=(ax+b)\cdot e^{2x}$, tenga por recta tangente a $y=4x+1$, en el punto de abscisa x=0.

10) Determinar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x)}$ en el punto de abscisa $x=e^2$.

11) La altura en metros de un avioncito de papel, t segundos después de ser arrojado está dada por $h(t)=4\cdot e^{-(t-3)^2-1}$. ¿En qué instante alcanza la altura máxima y cuál es esa altura?

12) Definir analíticamente una función *f* cumpla simultáneamente: i) *f* presenta discontinuidad evitable en x = -1 ii) *f*(-2) = 1 y iii) $C^0(f)=\{4\}$. Representar gráficamente.

13) Determinar **k**$\in R$ de manera tal que la recta tangente al gráfico de $f(x)=2\cdot e^{2x^3+kx^2-1}$, al gráfico de f en x = -1 sea horizontal. Para el valor de **k** hallado, determinar la ecuación de la recta tangente.

14) Determinar dominio, conjunto de positividad y de negatividad de $f(x)=\ln(x^2-8)$.

15) Por el punto (2;1) pasan rectas que determinan triángulos al cortarse con los semiejes positivos. Entre estas rectas, hallar la que genera un triángulo de área mínima.
(Sugerencia: realizar, con la ayuda del docente, la simulación de la escena utilizando GeoGebra)

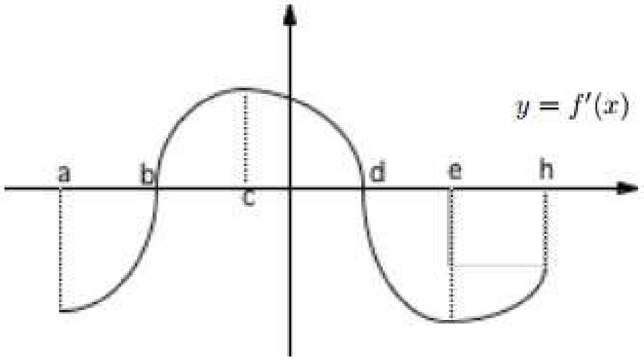
16) Dos postes con longitudes de 6 y 8 metros respectivamente se colocan verticalmente sobre el piso con sus bases separadas una distancia de 10 metros. Calcule aproximadamente la longitud mínima de un cable que pueda ir desde la punta de uno de los postes hasta un punto en el suelo entre los postes y luego hasta la punta del otro poste.
(Sugerencia: realizar, con la ayuda del docente, la simulación de la escena utilizando GeoGebra)

17) Determinar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a $f(x)=\dfrac{1}{1-x}-3\cdot\sqrt[3]{3-x}$, en el punto de abscisa x = 3.

18) Hallar a y b, de manera tal que: $\lim\limits_{x\to a^-} 2^{\frac{1}{-x^2-x+6}}=0$ y $\lim\limits_{x\to b^+}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{-x^2-x+6}}=+\infty$

19) La función $f(x) = x^3 + 4x^2 + x$ en el punto (-1;2) tiene por recta tangente una recta tal que corta a f(x) en otro punto. Determinar las coordenadas de dicho punto.

20) Sea y = f(x) una función definida en [a, h] cuya derivada tiene la siguiente gráfica:



a) ¿Dónde es *f* creciente?
b) ¿Dónde tiene *f* un máximo local?
c) ¿Cuáles son los puntos de inflexión?
d) Representar aproximadamente la función *f*.

21) Sea $f(x) = \ln\left(\frac{x}{5}\right) - \frac{x}{5}$. Hallar dominio, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos y mínimos relativos. Con los datos obtenidos hacer un gráfico aproximado de $f(x)$.

22) Para $f(x) = 4x + \frac{16}{1+x}$, hallar dominio, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos y mínimos relativos, ecuaciones de las asíntotas y hacer un gráfico aproximado.

23) Decidir, haciendo los cálculos necesarios, si la recta de ecuación $y = 2x - 1$, es tangente a la función $f(x) = sen\left(2x + \pi\right) + 4x - 1$ en $x_0 = 0$.

24) Sea $f(x) = e^{2x^2 - bx}$ .Determinar el valor de **b** para que $f(x)$ tenga en $x = 5$ un extremo relativo. Decidir si es máximo o mínimo y hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

25) Dada $f(x) = 9 \cdot x^{\frac{8}{3}} - 4 \cdot x^{\frac{2}{3}}$, hallar dominio de $f(x)$ y de $f´(x)$; intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos y mínimos relativos de $f(x)$. Hacer un gráfico aproximado de $f(x)$.

26) Determinar dominio, asíntotas, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, concavidad, gráfico aproximado de:

a) $f(x) = 3 - 3e^{-x^2}$; b) $f(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{8}x^2}$; c) $f(x) = \frac{-x^2}{x+3}$

27) Determinar dominio, concavidad, analizar continuidad, graficar:

$$f(x)=\frac{-x^4+x^3+4x^2-2x-4}{x^2-2}$$

28) Determinar los puntos críticos, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, concavidad de: $f(x) = x \cdot \sqrt{9-x^2}$

29) La recta tangente a la curva $y=ax^3+bx^2+1$ en el punto $(-1;2)$ es perpendicular a la recta $y=-2x+5$. Determinar *a* y *b*.

30) Construir el gráfico de una función que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

(a) $D(f)=[-2,4)\cup(4,\infty)$.

(b) $f(-2)=-3$; f es continua en su dominio.

(c) $f'(x)<0$ si $x\in(2,3)\cup(4,6)$; $f'(x)>0$ si $x\in[-2,2)\cup(3,4)\cup(6,\infty)$; $f'(2)=f'(6)=0$; $f'(3)$ no existe.

(d) $f''(x)<0$ si $x\in(0,3)$; $f''(x)>0$ si $x\in(-2,0)\cup(3,4)\cup(4,\infty)$; $f''(0)=0$.

(e) La recta $x=4$ es asíntota.

31) Determinar los valores reales de k, para que la función $f(x)=x^4+4x^3+kx^2+3x-2$ sea cóncava hacia arriba para todo $x\in R$.

32) Entre todos los rectángulos de perímetro 12, determinar el que tiene diagonal menor.

33) Un folleto debe contener 18 cm^2 de publicidad y determinados márgenes. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm cada uno, los laterales deben ser de 1 cm cada uno. Calcular las dimensiones del folleto para que el gasto de papel sea mínimo.

34) Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide 12 cm.¿Cuál es la longitud de la base del que tiene área máxima? (Sugerencia: realizar, con la ayuda del docente, la simulación de la escena utilizando GeoGebra)

35) La recta $y=2x-6$ es tangente al gráfico de f en el punto de abscisa x = 5 y la recta $y=7x+8$ es tangente al gráfico de g en el punto de abscisa x = 4. Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $h(x)=\sqrt{g\circ f(x)}$ en el punto de abscisa x = 5.

36) Construir el gráfico de una función h que cumpla simultáneamente:

$$Dom(h)=[0;+\infty) \qquad h'(2)=0$$

$$\lim_{x\to1}h(x)=\lim_{x\to1}\frac{x^2-2x+1}{x^4-x^3-x+1} \qquad \lim_{x\to+\infty}h(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}$$

37) Graficar y calcular el área de la región limitada por:

a) $f(x) = x - 2$ y $g(x) = x^2 - 4$
b) $f(x) = -x^2 + 2$ y $g(x) = x^2 - 6$
c) $f(x) = x + 1$ $g(x) = -x + 3$ eje x
d) $f(x) = x + 1$ $g(x) = 5$ $h(x) = -x + 3$
e) $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = 2x + 2$
f) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = x - 2$ y eje y
g) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = x - 2$ y eje x
h) $f(x) = \dfrac{2}{x}$, $g(x) = 2$ y $x = 4$
i) $f(x) = x^3 - x$ y la recta tangente a esta curva en $x = -1$
j) $f(x) = |3x|$ y $g(x) = x^2 - 4$
k) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = -3x$ y $h(x) = 3$
l) $f(x) = \cos x$, $g(x) = -\dfrac{1}{2}$, $x = 0$, $x = \pi$

RESPUESTAS

1) a) F. $Dom = R - \{-1\}$

b) F. $\mathrm{Im} = R - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

c) No. Es una recta con un agujero en $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

d) No porque $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ tiene $Dom = R$

e) No en $x = -1$, presenta una discontinuidad evitable.

f) V, porque $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \frac{3}{2}$

2) a) $Dom = [-3;\infty) - \{-1\}$; b) 1 ; c) 0 ; d) ∞

3) a) $Dom = (-2;\infty) - \{3\}$; c) $-\infty$; d) 1

4) $Dom = R - \{1;\sqrt{3};-\sqrt{3}\}$

En $x = 1$, discontinuidad esencial

En $x = \sqrt{3}$, discontinuidad evitable

En $x = -\sqrt{3}$, discontinuidad evitable

$A.V.: x = 1$, $A.H.: y = 0$

5) $b = 2$, $a = -6$

6) No tiene asíntotas; Discontinuidad evitable en $A = (\sqrt{3};2)$ $B = (-\sqrt{3};2)$

7) $k = 0$

8) a) Una solución b) Una solución c) Una solución d) Dos soluciones

9) $a = 2$; $b = 1$

10) Recta tangente: $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}e^2$; Recta normal: $y = -4x + \frac{9}{2}e^2$

11) t = 3 , $h(3) = \frac{4}{e}$

13) k = 3 , y = 2

14) $Dom = (-\infty;-\sqrt{8}) \cup (\sqrt{8};\infty)$

$C^+ = (-\infty;-3) \cup (3;\infty)$

$C^- = (-3;-\sqrt{8}) \cup (\sqrt{8};3)$

15) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

16) 17,20 m

17) Recta tangente : $x = 3$, Recta normal : $y = -\frac{1}{2}$

18) a = − 3 , b = 2

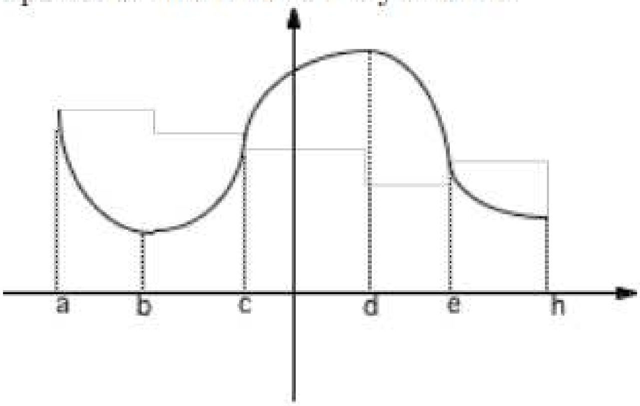
19) $P = (-2;6)$

20)

Resp.: f es creciente en (b, d).

f tiene un máximo local en $x = d$.

f tiene puntos de inflexión en $x = c$ y en $x = e$.



21) $Dom = R^{+}$; Crece: $(0;5)$; Decrece : $(5;\infty)$

22) $Dom = R - \{-1\}$; A. V. : $x = -1$; Crece : $(-\infty;-3) \cup (1;\infty)$;
Decrece $(-3;-1) \cup (-1;1)$. Máx. relativo : $P = (-3;-20)$; Mín relativo : $P = (1;12)$

23) $y = 2x - 1$ es recta tangente.

24) $b = 20$, $x = 5$ es mínimo ; Crece $(5;\infty)$; decrece $(-\infty;5)$

25) $Dom_f = R$; $Dom_{f'} = R - \{0\}$; Crece : $\left(-\frac{1}{3};0\right) \cup \left(\frac{1}{3};\infty\right)$; Decrece
$\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right) \cup \left(0;\frac{1}{3}\right)$; Mínimo : $P = \left(-\frac{1}{3};-3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}}\right)$; $Q = \left(\frac{1}{3};-3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}}\right)$
Máximo : $R = (0;0)$

26) a) $Dom = R$; $A.H.: y = 3$; Mínimo: $P = (0;0)$; Puntos de inflexión :

$P_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ y $P_2 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$; Crece $(0;\infty)$; Decrece: $(-\infty;0)$

Cóncava hacia arriba $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

Cóncava hacia abajo: $\left(-\infty;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2};\infty\right)$

b) $Dom = R$; $A.H.: y = 0$; Máximo: $P = \left(2;2e^{-\frac{1}{2}}\right)$; Mínimo: $P = \left(-2;-2e^{\frac{1}{2}}\right)$

Puntos de inflexión: $P = (0;0)$; $Q = \left(2\sqrt{3}; f(2\sqrt{3})\right)$; $R = \left(-2\sqrt{3}; f(-2\sqrt{3})\right)$

Crece: $(-2;2)$ Decrece: $(-\infty;-2) \cup (2;\infty)$

c) $Dom = R - \{-3\}$; $A.V. x = -3$; $A.O.: y = -x + 3$; Máximo $P = (0;0)$

Mínimo: $P = (-6;12)$; Cóncava hacia arriba: $(-\infty;-3)$,

Cóncava hacia abajo: $(-3;\infty)$; Crece: $(-6;-3) \cup (-3;0)$;

Decrece: $(-\infty;-6) \cup (0;\infty)$

27) $Dom = R - \{\sqrt{2};-\sqrt{2}\}$; Cóncava hacia abajo $\forall x \in Dom$; Discontinuidad evitable en $x = -\sqrt{2}$ y en $x = \sqrt{2}$.

28) Puntos críticos: $A = (3;0)$; $B = (-3;0)$; $C = \left(\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2};\frac{9}{2}\right)$; $D = \left(-\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2};-\frac{9}{2}\right)$;

Crece: $\left(-\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2};\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2}\right)$;

Decrece: $\left(-3;-\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2};3\right)$

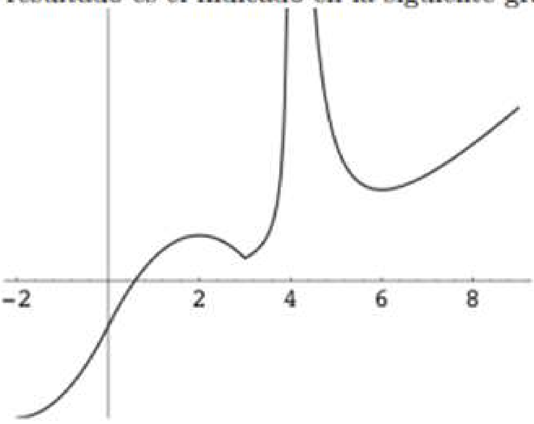
Cóncava hacia arriba : $(-2{,}36 : 0) \cup (2{,}86;3)$

Cóncava hacia abajo: $(-3;-2{,}36) \cup (0;2{,}86)$

29) $a = \frac{5}{2}$; $b = \frac{7}{2}$

30)

Un posible resultado es el indicado en la siguiente gráfica:



31) $k > 6$

32) Cuadrado de lado 3.

33) $Ancho = 3$; $Alto = 6$. Las dimensiones del folleto debe ser de 5 por 10.

34) $b = 12 \cdot \sqrt{2}$

35) $y = \frac{7}{6}x + \frac{1}{6}$

37) a) $A = \frac{9}{2}$ b) $A = \frac{64}{3}$ c) A=4 d) A=9 e) $A = \frac{27}{4}$ f) $A = \frac{16}{3}$

g) $A = \frac{10}{3}$ h) $A = \int_1^4 \left(2 - \frac{2}{x}\right) = 6 - 2 \cdot \ln 4$ i) $A = \frac{27}{4}$ j) $A = \frac{112}{3}$ k) $A = \frac{21}{2}$

l) $A = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$