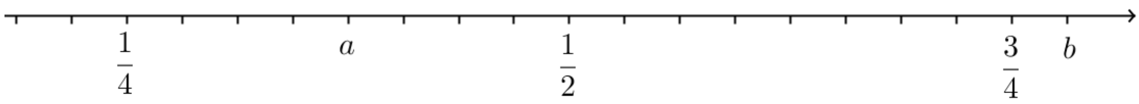
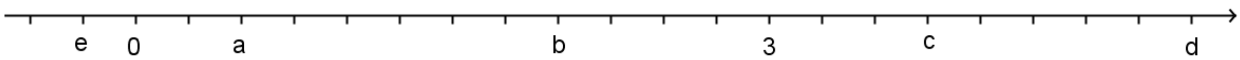
Matemática- Primer año

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

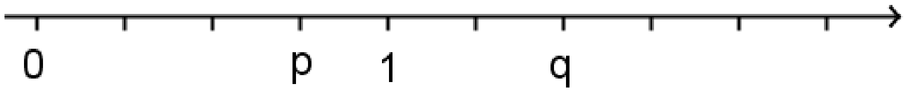
1. ¿Qué fracciones representan a y b?



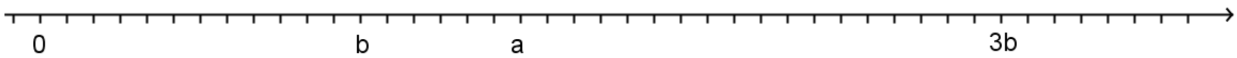
2. ¿Qué fracción irreducible representan los puntos de la recta numérica indicados con letras?



3. Representar sobre la recta $\frac{p}{q}$, $\frac{q}{p}$ y $\frac{q-2p}{p}$



4. Representar sobre la recta: r, s y t. Siendo $r = \frac{a-b}{6}$; $s = a + b$ y $t = \left(\frac{2a}{3} + \frac{b}{3}\right) : 4$



5. María ubica sobre la recta numérica, entre las fracciones 4/9 y 1/3 otra fracción, a la que llama a. La distancia entre a y la menor de las fracciones es el doble de la distancia entre a y la mayor.
   a) ¿Cuál es el valor de a?
   b) ¿Si 4/9 representa al punto medio entre 1/3 y otra fracción b, ¿cuántos vale b?

6. Encontrar algún valor para el número a, de modo tal que se verifique la siguiente igualdad: $\frac{3}{4}.a=1$. (No aplicar ley uniforme)

7. Encontrar algún valor para el número a, de modo tal que se verifique la siguiente igualdad: $\frac{3}{7}.a+6=11$. (No aplicar ley uniforme)

8. ¿Es posible encontrar números enteros a y b, tales que $\frac{9}{a}.\frac{2}{b}=\frac{6}{13}$?

9. Julián dice que no es posible encontrar números enteros a y b, tales que $\frac{9}{a}.\frac{2}{b}$ sea igual a $\frac{5}{13}$ y tiene razón. ¿Por qué en el problema anterior era posible y en este no? ¿Qué otras fracciones de denominador 13 podrían ponerse como resultado de la multiplicación para que sea posible encontrar enteros a y b? ¿Cuántas distintas se pueden poner?

10. ¿Son verdaderas las siguientes igualdades, para todo valor de a entero?

- $\frac{a}{2}.\frac{4}{3}=\frac{4}{2}.\frac{a}{3}$
- $\frac{a\ .\ 5}{3}=\frac{a}{3}.\ 5=a\ .\ \frac{5}{3}=a\ .\frac{1}{3}.\ 5\ =\frac{a}{3\ .\ 5}=a\ .\ \frac{5}{3}$
- $\frac{a\ .\ 9}{7}=\frac{a}{7}\ .\ \frac{9}{7}$
- $\frac{a\ +\ 5}{8}=\frac{a}{8}\ +5=\frac{a}{8}\ +\ \frac{5}{8}$
- $-a:\frac{3}{2}=a\ .\ \frac{1}{\frac{3}{2}}=(a\ .\ 2):3$
- $-a\ .\ \frac{3}{4}=a\ .\ \left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(a\ .\ \frac{3}{4}\right)$
- $-\ (2-a)=a-2$
- $-\ \left(\frac{4a+7}{7}\right)=-\frac{4}{7}a-7$

11. ¿Cuáles de las siguientes expresiones indican el 25% de un número a?

$\frac{a}{4}$; $a \, . \, 0,25$; $25 \, . \, \frac{a}{100}$; $\frac{1}{4}a$; $2,5\,a$; $\frac{5}{20a}$; $5 \, . \, \frac{a}{20}$; $a + 0,25$; $a + \frac{25}{100}$; $a + 25\%$

12. Decidir si las siguientes afirmaciones son ciertas y explicar por qué:

a) Al buscar la escritura decimal de $\frac{7}{6}$ la cuenta de dividir no termina nunca.

b) El desarrollo decimal de $\frac{7}{6}$ tiene 76 cifras decimales.

c) Todas las cifras decimales de $\frac{7}{6}$ son iguales.

d) La cifra que está en el lugar veinticinco después de la coma del número $\frac{7}{6}$ es un 6.

13. Dar la expresión decimal de los siguientes números racionales

$a)\ \frac{2}{3} =$ $\qquad$ $d)\ \frac{3}{7} =$

$b)\ \frac{5}{4} =$ $\qquad$ $e)\ \frac{17}{10} =$

$c)\ \frac{11}{6} =$ $\qquad$ $f)\ \frac{27}{25} =$

14. De los números dados en el punto anterior, ¿cuáles pueden ser expresados como una fracción decimal? (Denominador potencia de 10)

15. Para cada una de las siguientes fracciones, establecer si su correspondiente expresión decimal es finita o periódica, sin realizar la división.
$\frac{3}{5}$, $\frac{7}{40}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{25}$ y $\frac{5}{7}$.

16. Analizar la validez de cada una de las siguientes afirmaciones, explicando porqué son verdaderas o porqué son falsas.

- ♦ Todo número racional tiene una expresión decimal finita.
- ♦ Todo número racional tiene una expresión decimal finita o periódica.
- ♦ Todo número decimal puede escribirse como una fracción con denominador 10.
- ♦ Si una fracción tiene denominador 35, seguro que no posee una escritura decimal finita.
- ♦ Todo número decimal se puede escribir como una fracción con denominador igual a una potencia de 10.

17. Sin utilizar calculadora ni realizar la cuenta de dividir, establecer si alcanzan tres cifras decimales para escribir las siguientes fracciones en notación decimal.
$\frac{1}{5}$, $\frac{27}{12}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{198}{50}$, $\frac{19}{50}$.

18. Dados los números 0,63 $0,6\widehat{3}$ $0,\overline{63}$ se pide:

a) Ordenarlos de menor a mayor.

b) Convertirlos en fracción.

19. Encuentra tres números racionales entre 0,3 y $0,\overline{3}$

20. Ordena en forma creciente $0,\overline{32}$, 0,32 *y* $0,3\overline{2}$

21. ¿Cuántas fracciones de denominador 35 hay entre 57 y 58 (sin incluir a estos últimos)?

22. ¿Cuántos números con dos cifras decimales hay mayores que 3,45 y menores que 4? ¿Y si se permiten cualquier cantidad de cifras decimales?

23. ¿Cuántos números racionales de denominador 9 hay entre $\frac{6}{7}$ y $\frac{24}{7}$? ¿Y si se permiten cualquier denominador?

24. Encontrar cuatro números racionales entre $\frac{8}{91}$ y $\frac{9}{91}$. Dar una estrategia para descubrir 30 más. ¿Cuántos se pueden descubrir con la estrategia desplegada? ¿Son todos los posibles?

25. Considerar el conjunto de los números racionales mayores que 2 y menores que 5. ¿Cuál es el menor número natural de este conjunto? ¿Cuál es el menor número racional de este conjunto?¿Cuál es el menor número decimal de este conjunto?

26. Escribir, si es posible, el número racional siguiente a $\frac{7}{46}$.

27. Escribir, si es posible, el número decimal siguiente a $\frac{7}{46}$.

28. Escribir, si es posible, el número fraccionario de denominador 46 siguiente a $\frac{7}{46}$.

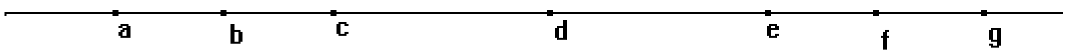
29. Escribir, si es posible, el número con dos cifras decimales siguiente a $\frac{7}{46}$.

30. Si $x = a + \frac{1}{3}$, $v = \frac{5}{1}a + 1$ *y* $z = a + \frac{1}{2}$ con ***v*** punto medio entre ***x*** y ***z***.
    a. Determinar los valores numéricos de ***a*** **,** ***x*** **,*v*** y **z**
    b. Dar tres fracciones entre ***x*** y ***v***.
    c. ¿Cuántas fracciones irreducibles de denominador 8 hay entre ***x*** y ***v*** ? ¿cuáles?

31. a) Indicar que número corresponde a los puntos **b, c, d, ,e, f,** si

$\overline{ab} = \overline{bc} = \overline{ef} = \overline{fg}$ y $\overline{ac} = \overline{cd} = \overline{de} = \overline{eg}$ con a = 0,2 y g = 0,21

b) Da un número racional periódico puro y un periódico mixto entre **a**y**b.**



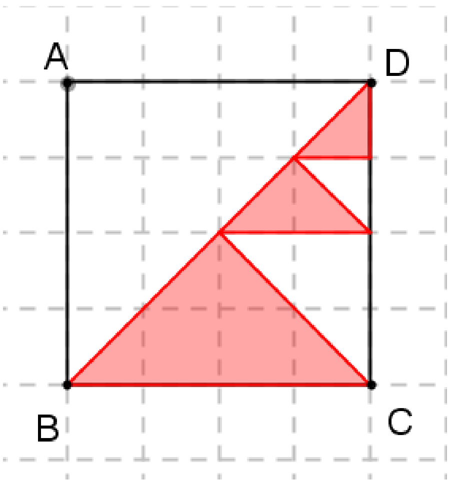
32. Indica que números son **b, c, d, e ,** si $\overline{ab} = \overline{bc}$, $\overline{ac} = \overline{cd} = \overline{de} = \overline{ef}$ **,** si

a =0,1 y f=0,2

33.

a) ¿Qué parte del cuadrado ABCD representan los cuatro tercios de la zona sombreada?

b) ¿Qué fracción representa la zona sombreada respecto de la zona blanca?



34. Resolver las siguientes operaciones combinadas

$a)\ (3.0,7):\frac{7}{4} - 1,6:0,2 + \frac{2}{5} =$

$b)\ \left(\frac{1}{4} - 0,09\right).1,25 + (0,\hat{7} - 1,\hat{2}):0,\hat{8} =$

$c)\ \frac{3}{5}(1,25 - 1,1\hat{6}) - \left(1 + \frac{1}{3}\right).0,6 =$

$d)\ (0,7 - 0,9):\frac{4}{5} + (0,\hat{5} - 0,5):0,\hat{2} =$

$e)\ \frac{2}{9}:0,\hat{4} + 0,25 - 1:0,8 =$

$f)\ (0,6 - 0,04):0,7 - \frac{6}{5}:2 - 1,5 =$

$g)\ \left(1 - \frac{3}{2}:2\right):3 - 0,\hat{2}:0,\hat{8} - 0,6\hat{1} =$

$h)\ 2(0,3\hat{7} + 0,2\hat{8}) - \left(0,5 + \frac{1}{3}\right)1,4\hat{6} =$

$i)\ (0,04.6 + 1,2):\frac{12}{5} - 0,02:0,4 + \frac{7}{4} =$

$j)\ (3,\hat{6} - 1,\hat{2}):1,1 - 0,\hat{4}:2 - 2\left(1 + \frac{2}{3}\right) =$

$k)\ \left(\frac{1}{90} + \frac{1}{5}:\frac{9}{10} + 0,1\right):\left(1,1\hat{2}:0,\hat{1} - \frac{1}{2}\right) =$

$l)\ \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right):[3\ \left(0,\hat{4} - \frac{1}{3}\right)] =$

Respuestas:
$a) -\frac{32}{5}\ b) -\frac{3}{10}\ c) -\frac{3}{4}\ d) 0\ e) -\frac{1}{2}\ f) -\frac{13}{10}\ g) -\frac{7}{9}\ h) \frac{1}{9}\ i) \frac{7}{2}\ j) -\frac{4}{3}\ k) \frac{5}{144}\ l) \frac{7}{2}$

35. Resolver los siguientes problemas, planteando la ecuación correspondiente:

a) Juan es albañil y está reforzando el quincho de la casa de Norma .El lunes realizo la cuarta parte del trabajo .El martes los $\frac{3}{8}$ .El miércoles los $\frac{5}{16}$ del mismo y el jueves lo terminó.¿Cuál fue el día de la semana que más le rindió? si Norma le abona por jornada proporcionalmente al trabajo que realiza cada día,y el trabajo total estaba cotizado en $720, ¿cuánto cobro cada día?

b) Un padre al morir, dejó como herencia 19 vacas a sus tres hijos para repartirlas del siguiente modo: al primero le corresponde la mitad, al segundo la cuarta parte y al tercero la quinta.¿Es posible el reparto sin sacrificar alguna vaca?
Al mayor para hacer el reparto se le ocurre pedir prestada a una chacra vecina una vaca. Una vez reunidas las 20 vacas, resuelve la situación.
Al primer hijo le entregan 10 vacas, al segundo 5 vacas y al tercero 4 vacas .La que sobra se la devuelven al vecino. ¿Qué opinan del reparto?

c) Una hormiguita recorre cada hora una distancia igual a 2/3 de lo recorrido la hora anterior. Si en tres horas recorrió 76 cm, ¿cuántos cm recorrió durante la primera hora?

d)Si al numerador de una fracción se le suma 1 y al denominador se le resta 1 se obtiene un entero. En cambio sí al numerador se le suman 3 y al denominador se le suman 2 se obtiene $\frac{6}{7}$ ¿De qué fracción se trata?

e) De un grupo de personas, 4/9 son mujeres.

Si hubiese el doble de mujeres y el mismo número de varones, habría 45 mujeres más que varones. ¿Cuántos varones hay en el grupo?

f) La tercera parte del siguiente de un número es cuatro unidades mayor que la quinta parte de su anterior. ¿Cuál es el número?.

g) Una persona gasta tres quintas partes de su sueldo y luego las tres cuartas partes del resto. Si le quedan $250. ¿ Cuál es el sueldo?.

h) La sexta parte del anterior de un número es una unidad menor que la quinta parte de su consecutivo. ¿Cuál es el número?

i) Se recorren cinco octavos de un camino y luego los cuatro novenos del resto. Si aún quedan 50 km por recorrer. ¿cuál es la longitud del camino?.

j) Si se pintan de rojo los tres séptimos de un poste y luego, los cinco sextos del resto. Si aún quedan dos metros sin pintar. ¿Cuál es la altura del poste?

k) Si hoy Juan compra un celular paga sólo 7/10 del precio de lista y puede hacerlo en 3 cuotas de $ 189 cada una. ¿Cuántos pesos ahorra Juan si compra el celular hoy?

l) El lunes Ana abrió una caja de caramelos.
Todos los mediodías saca algunos caramelos de la caja.
El miércoles a la tarde, quedaban los dos tercios del total de caramelos.
El jueves a la tarde, quedaban 24 caramelos que eran la cuarta parte del total. ¿Cuántos caramelos sacó Ana de la caja el jueves al mediodía?

m) En una bolsa hay caramelos de leche y de fruta.
Hay 36 caramelos de leche que son los dos quintos del total.
Sin cambiar la cantidad de caramelos de leche, se agregan caramelos de fruta. Si ahora los caramelos de leche representan $\frac{1}{6}$ del total, ¿cuántos caramelos de fruta se agregaron?

n) De lunes a viernes y por razones de trabajo, Bibiana realiza por día 5 viajes en subte, 8 en colectivo y 2 en tren.
Durante todo el fin de semana sólo toma 2 trenes y 2 subtes.
El boleto de colectivo cuesta $1,25, el de subte, $ 1,10 y el de tren, $1,80.
Si dispone de $20 diarios de lunes a domingo para viáticos, ¿cuánto dinero le sobra de sus viáticos por semana?

o) Mariana está participando de un torneo de natación. Debe ganar por lo menos 4/7 de todas las competencias de las que ella participe para clasificar para las finales.
De las 9 competencias que ya ha participado, sólo ganó la tercera parte. Si aún le falta competir en 5 eventos, ¿tiene alguna posibilidad de clasificar? ¿Por qué?

p) Por la compra e instalación de un equipo de aire acondicionado, Gabriela pagó $2502,90 en total. El gasto de instalación es del 8% del costo del equipo y sólo puede pagarse al contado. El equipo puede pagarse al contado o en 6 cuotas iguales y sin recargo. Si se paga al contado, sobre el precio del equipo hacen un 5% de descuento. Gabriela pagó al contado. Si hubiera pagado el equipo en cuotas, ¿cuánto debería haber pagado por cada cuota?

q) Un comerciante compró un rollo de tela a $ 36 el metro. Al lavarla perdió un cuarto de su longitud. Después de lavada, la vendió a $ 60 el metro. Por la venta de todo el rollo ganó $ 576. ¿Cuántos metros de tela tenía el rollo que compró?

r) En una escuela, el día de la primavera asistieron el 95% de los alumnos. Ese día se realizaron actividades deportivas y actividades recreativas. Todos los presentes participaron de alguna actividad. El 60% de los presentes hizo actividades recreativas; de estos, la cuarta parte también hizo deportes. En total, 836 alumnos hicieron deportes.
De los alumnos presentes el día de la primavera: ¿cuántos hicieron actividades recreativas? ¿cuántos hicieron sólo una actividad?
Al día siguiente llovió y faltaron el 20% de los alumnos de la escuela ¿cuántos alumnos faltaron?

s) Las señoras Álvarez y Pérez fueron de compras. Las dos llevaron la misma cantidad de dinero. La señora Álvarez compró un vestido y un par de zapatos. El vestido costó 40% más que los zapatos y sobraron $54.
La señora Pérez compró un par de botas y una cartera. La cartera costó 40% menos que las botas y le sobraron $270.
El precio de los zapatos es igual a los cuatro quintos del precio de las botas. ¿Cuánto dinero llevaba cada una?, ¿ cuál era el precio de cada uno de los artículos que compran?.

t) De un gasto de librería pagué 3/7 al comprar y 1/7 al mes siguiente.
La primera vez pagué $34 más que la segunda vez.
¿De cuánto fue el gasto? ¿Cuánto me queda por pagar?

u) En una reunión de negocios asistieron argentinos y extranjeros. Del total, 7/40 eran hombres extranjeros y 5/8 eran hombres argentinos. De las personas argentinas 1/6 eran mujeres. Si en total había 16 mujeres,

i) ¿cuántas personas asistieron a la reunión?
ii) ¿cuántas personas eran extranjeras?
iii) ¿qué parte de las mujeres eran extranjeras?

v) Para comprar los 28 premios de la categoría B se gastaron los 2/3 de lo recaudado por las inscripciones de los B.
Para comprar los 20 premios de la categoría A se gastaron los 3/5 de lo recaudado por las inscripciones de los A.
En premios se gastaron $ 13500 en total. Cada premio de los B se pagó $ 225.
¿Cuántos participantes hubo en cada categoría?
¿Cuánto se pagó cada uno de los premios A?

w) A la escuela, la mitad de los chicos va en micro. De los restantes, las tres cuartas partes van en auto; los demás, caminan.
La mitad de los que caminan viven a 5 cuadras de la escuela; los restantes están a 2 cuadras.

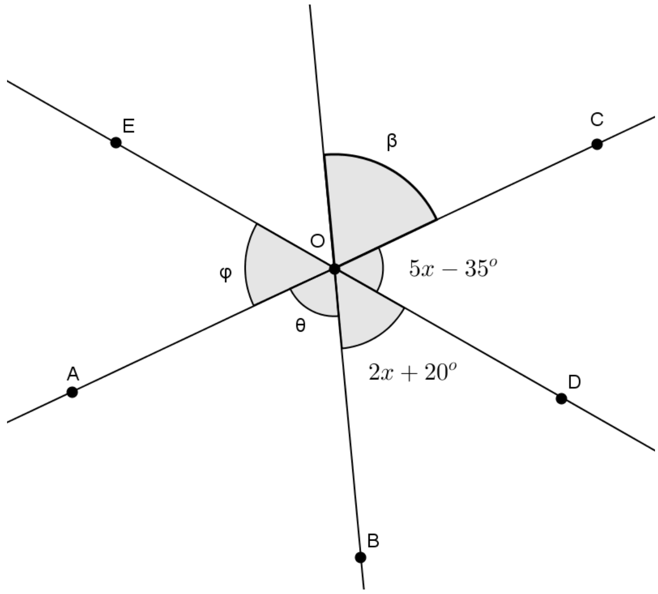
Hoy no faltó nadie y si sumamos las cuadras recorridas por todos los que caminaron, la suma es 112.
¿Cuántos chicos hay en la escuela?

x) Dos canillas juntas llenan la pileta en 7 hs 30 min.
Si se abre una sola, se tarda medio día en llenarla.
¿Cuánto tardaría la otra canilla sola en llenar la pileta?

Respuestas: a)$180, $270 ,$225 y $45c)36cmd)3 /5 e) 75
f)26 g)$2500 h)19 i)240km j)21m k)$243 l)40 m)126 n)$38,7 o) Sí, debe ganar los 5 eventos en los que le falta competir. p) $405 q) 64m
r)total de alumnos = 1600 s) botas:$675 t)El gasto fue de $119. Me queda por pagar $51.
u) i)80 ii)20 iii)3/8 v) 200 participantes en la categoría A y 210 participantes en la categoría B. Cada premio de la categoría A se pagó $ 360. *w)*256 chicos. x*)*La otra canilla sola tardaría 20 horas en llenar la pileta.

GEOMETRÍA

1. Determinar la amplitud de los ángulos: $\beta,\ \varphi\ \ y\ \theta$, siendo $\overrightarrow{OD}$: bisectriz del ángulo $B\hat{O}C$.



2. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Para aquellas falsas, dar contraejemplos:
   a) Dos ángulos consecutivos y suplementarios, son siempre adyacentes.
   b) Dos ángulos complementarios pueden ser adyacentes.
   c) Si dos rectas se cortan determinando ángulos opuestos por el vértice suplementarios, son perpendiculares.
   d) Dos ángulos rectos son siempre suplementarios.
   e) Dos ángulos rectos son siempre adyacentes.
   f) Dos ángulos opuestos por el vértice pueden ser complementarios.

3. Demostrar que los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

4. A partir de la siguiente definición:

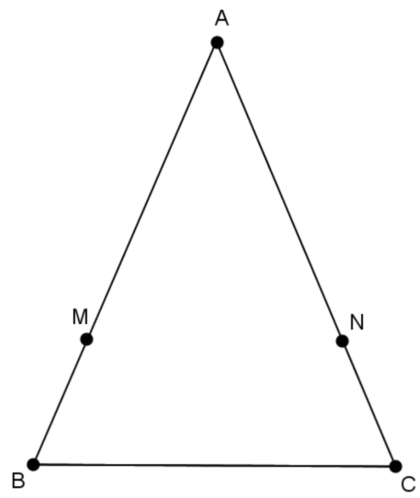
*"Dos **triángulos son congruentes**si sus tres lados y sus tres ángulos son congruentes"*

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Para el análisis puede utilizar elementos de geometría.

a) Si dos triángulos tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente congruentes, entonces son congruentes.
b) Dos triángulos que tienen los tres ángulos congruentes, son congruentes
c) Si los lados de los triángulos miden lo mismo, entonces son congruentes.
d) Si dos triángulos tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente congruentes, entonces el tercer lado también medirá lo mismo en los dos triángulos.
e) Si en dos triángulos dos ángulos y el lado adyacente a ellos son respectivamente congruentes, entonces son congruentes.

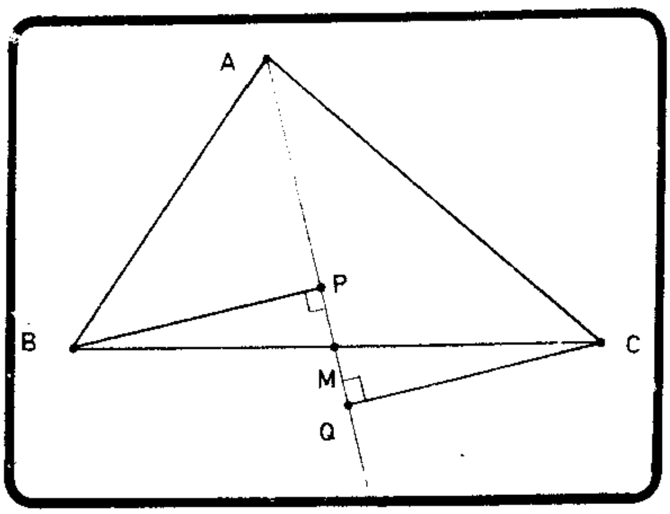
f) Todos los triángulos equiláteros son congruentes.
g) Si dos triángulos rectángulos tienen los dos catetos congruentes, siempre son congruentes.
h) Si dos triángulos rectángulos tienen un cateto y la hipotenusa respectivamente congruentes, entonces son congruentes.

5. El triángulo ABC es isósceles con AB = AC y AM = AN ¿Son congruentes los triángulos ACM y ABN? Justificar.



6. Demostrar que en todo triángulo isósceles, la altura correspondiente al lado desigual:
   a) Es mediana correspondiente al lado desigual.
   b) Es mediatriz correspondiente al lado desigual.
   c) Es bisectriz correspondiente al ángulo opuesto al lado desigual.

7. Siendo AM la mediana correspondiente al lado BC del triángulo ABC. Probar que la medida del segmento BP es la misma que la del segmento CQ.

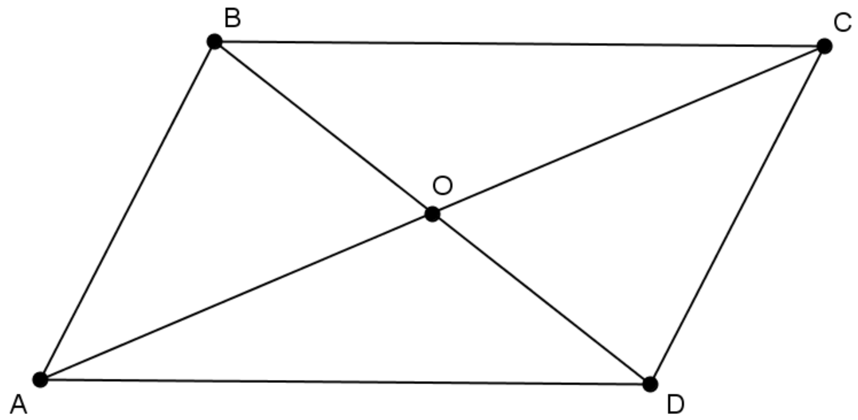


8. Demostrar que si dos triángulos son congruentes, las medianas de un par de lados homólogos son iguales.

9. Demostrar que las alturas correspondientes a dos lados iguales de un triángulo son iguales.

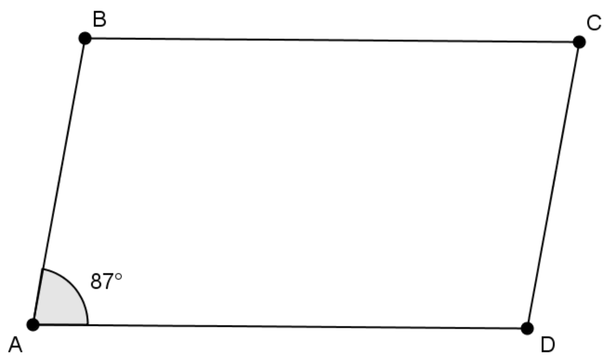
10. En el triángulos $A\overset{\Delta}{B}C$ es $\overline{AB} = \overline{BC}$, además $M \in BC$, $N \in AB$, $\overrightarrow{CN}$ es bisectriz del ángulo $\hat{C}$ y $\overrightarrow{AM}$ es bisectriz del ángulo $\hat{A}$. Demostrar que $\overline{AM} = \overline{CN}$.

11. ABCD es un paralelogramo.

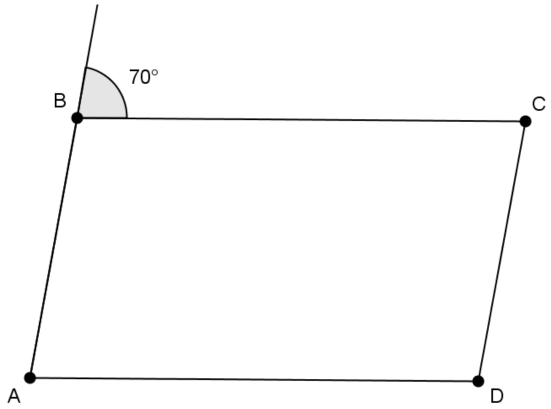


a) ¿Es cierto que los triángulos AOB y ODC son congruentes?¿Por qué?
b) ¿Es cierto que los triángulos COB y ODA son congruentes? ¿Por qué?
c) ¿Cómo son los ángulos $B\hat{A}D$ y $B\hat{C}D$? ¿Por qué?
d) ¿Cómo son los ángulos $B\hat{A}D$ y $C\hat{D}A$? ¿Por qué?

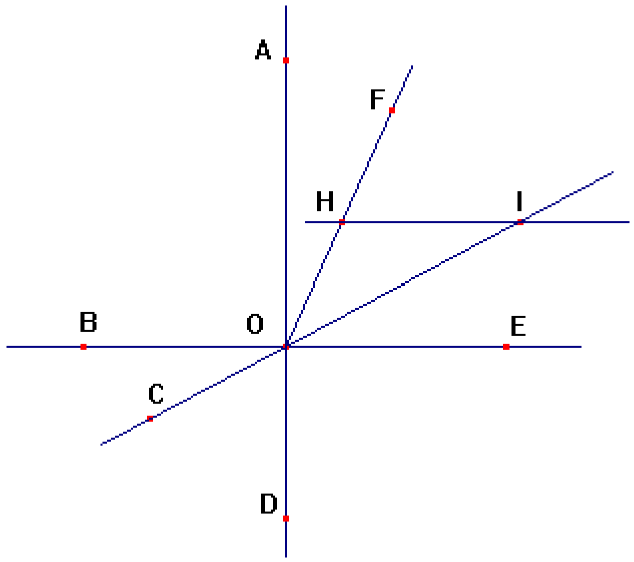
12. Calcular los ángulos interiores del paralelogramo ABCD.



13. Calcular los ángulos interiores del paralelogramo ABCD.



14. En el dibujo, $AO \perp OB$ y $HI // OE$.



15. Indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

a) $OD \perp BO$.

b) $E\hat{O}H$ y $F\hat{O}I$ son consecutivos.

c) $B\hat{O}D$ y $A\hat{O}E$ son suplementarios.

d) $C\hat{O}E > A\hat{O}B$.

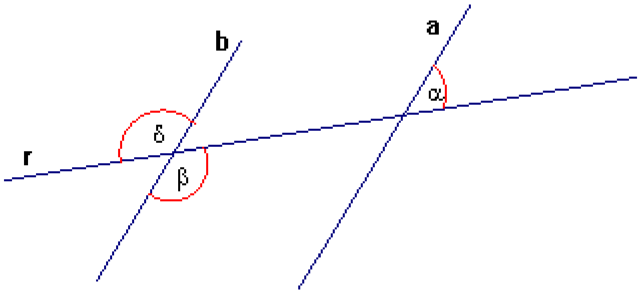
e) $A\hat{O}H$ y $H\hat{O}I$ son complementarios.

f) $A\hat{O}H$ y $F\hat{H}I$ son consecutivos.

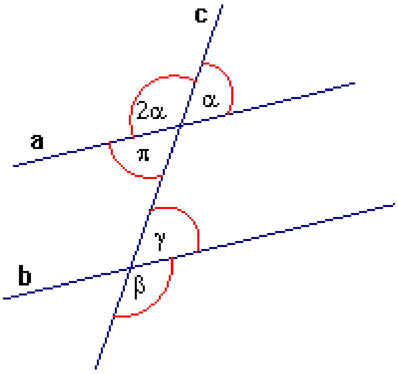
g) $F\hat{H}I$ y $H\hat{O}E$ correspondientes entre HI y OE cortadas por OH.

h) $F\hat{H}I = H\hat{O}E$.

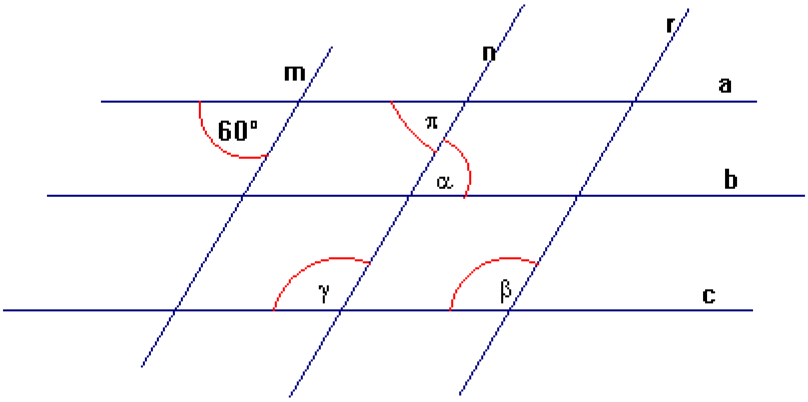
16. De acuerdo al dibujo, calcular la medida del ángulo $\hat{\delta}$, sabiendo que $\hat{\beta} = \frac{3}{2} \cdot \hat{\alpha} - 10°$ y que *a//b:*



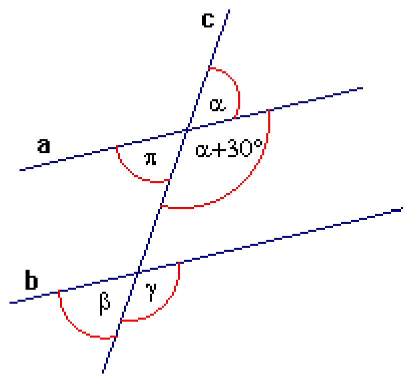
17. Teniendo en cuenta los siguientes gráficos, calcular la medida de los ángulosindicados.
a) *a//b*



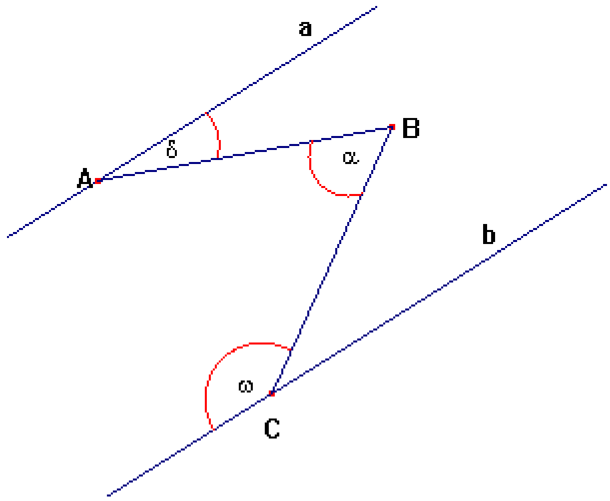
b)*a//b* *m//n//r*



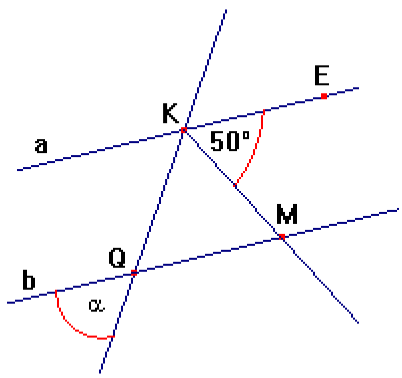
c) *a//b*



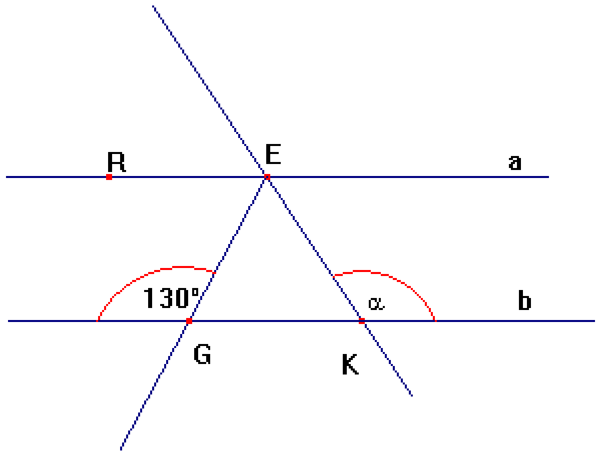
18. Sabiendo que $a//b$, $\hat{\delta} = 18°10´$ y que $\hat{\omega} = 150°15´$. Calcular la medida del ángulo $\hat{\alpha}$ de acuerdo al gráfico.



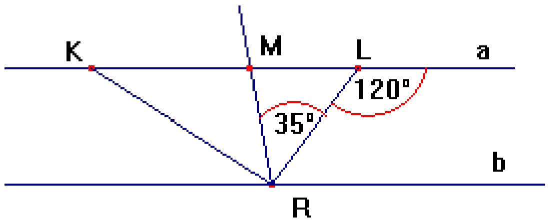
19. En el gráfico siguiente es a//b y $\overrightarrow{KM}$ la bisectriz del ángulo $E\hat{K}Q$. Calcular la medida del ángulo $\hat{\alpha}$.



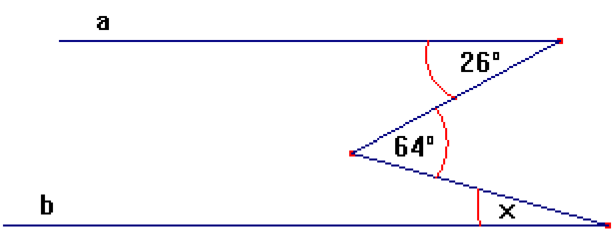
20. En el gráfico es a//b y $\overrightarrow{EG}$ es la bisectriz del ángulo $R\hat{E}K$. Calcular la medida del ángulo $\hat{\alpha}$.



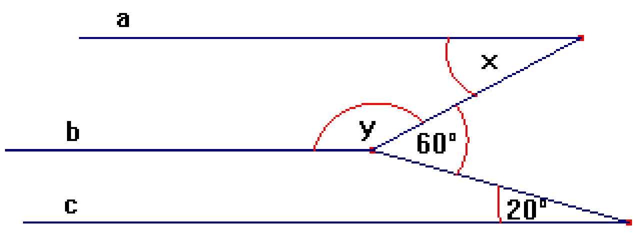
21. De acuerdo al gráfico siguiente y sabiendo que a//b, y que $\vec{RM}$ es la bisectriz del ángulo $K\hat{R}L$. Calcular la medida del ángulo $L\hat{K}R$.



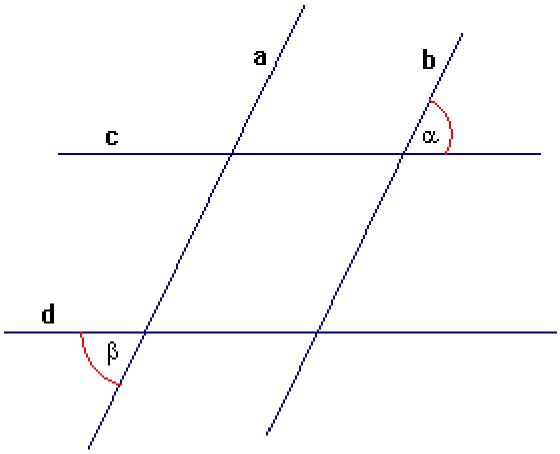
22. a) Calcular la medida del ángulo $\hat{x}$, sabiendo que en el siguiente gráfico es *a//b:*



b) Calcular la medida del ángulo $\hat{x}$ y la medida del ángulo $\hat{y}$, sabiendo que en el siguiente gráfico es *a//b//c:*

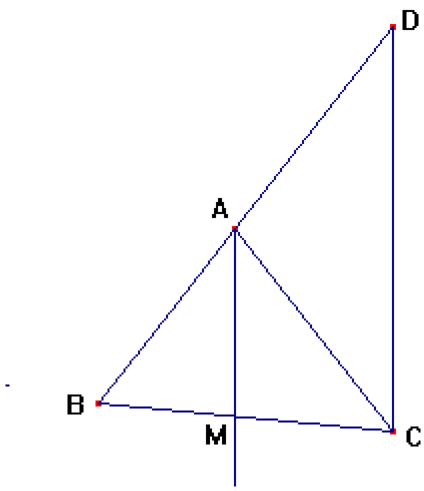


23. De acuerdo al siguiente dibujo, y sabiendo que *a//b* y que *c//d*, demostrar que $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$.



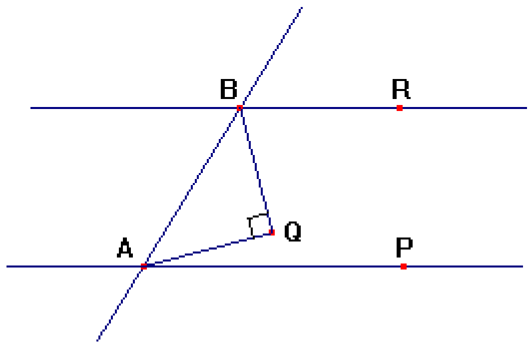
24. Si las semirrectas $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{BQ}$ son bisectrices de dos ángulos alternos externos entre a//b y t transversal. ¿Qué posición relativa adoptan en el plano las rectas AP y BQ? ¿Porqué?

25. Demostrar que el triángulo $A\overset{\triangle}{C}D$ es isósceles, sabiendo que $\overrightarrow{AM}$ es bisectriz del ángulo $B\hat{A}C$ y que $AM // CD$.



26. En el dibujo $\overrightarrow{AQ}$ y $\overrightarrow{BQ}$ son bisectrices de los ángulos $P\hat{A}B$ y $R\hat{B}A$ respectivamente. Demostrar:

a) Si $AP // BR$, entonces $AQ \perp BQ$.
b) Si $AQ \perp BQ$, entonces $AP // BR$.



27. En el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$, O es la intersección de la bisectriz de $\hat{B}$ y la bisectriz de $\hat{C}$.
    Calcular la medida del ángulo $B\hat{O}C$, sabiendo que $\hat{B}+\hat{C} = 5 \cdot \hat{A}$.

28. Demostrar que en todo triángulo la suma de los ángulos interiores es 180°.

29. Demostrar que en todo triángulo la suma de los ángulos exteriores de 360°.

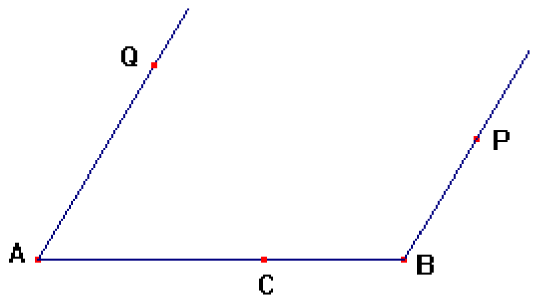
30. Demostrar que en todo triángulo cada ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes.

31. Sea $\overrightarrow{OM}$ bisectriz del ángulo $B\hat{O}A$. Por el punto M se traza la paralela a la recta *OA* que corta a *OB* en N. Demostrar que el triángulo $\overset{\Delta}{OMN}$ es isósceles.

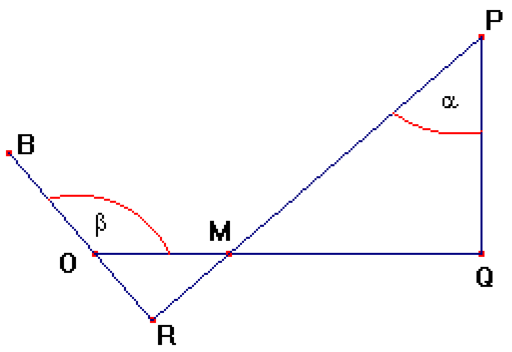
32. Construir un triángulo conocidos sus tres lados. Enunciar las condiciones que deben cumplir los segmentos dados para poder hacer la construcción.

33. Calcular las medidas de los ángulos interiores del triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$, sabiendo que
    $\hat{A} = 3x - 10°$, $\hat{B}+\hat{C} = 2x + 50°$ y $\hat{B}-\hat{C} = 10°$.

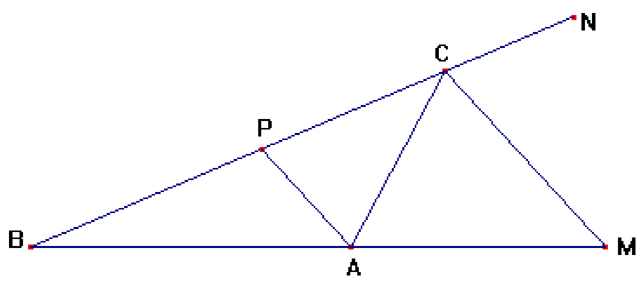
34. En la figura es $AQ // BP$, $\overline{AC} = \overline{AQ}$ y $\overline{CB} = \overline{BP}$. Demostrar que $P\hat{C}Q = 90°$.



35. En el gráfico, es $PQ \perp OQ$ y $PR \perp OB$. Demostrar que $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$.



36. Demostrar que si $\overrightarrow{CM}$ es la bisectriz del ángulo $A\hat{C}N$ y $AP // CM$, entonces $\overset{\Delta}{ACP}$ es isósceles.



Actividades para desarrollar en el aula

Actividad 1

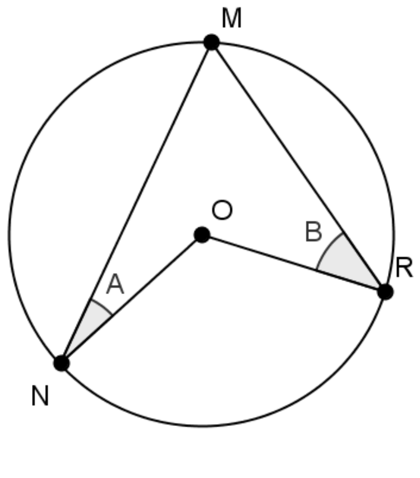
a) Dibujar una circunferencia de centro O y radio 3 cm. Trazar un diámetro y señalar con A y B sus extremos. Marcar un punto P en la circunferencia (que no sea ni A ni B) de modo tal que el ángulo PAO mida 30º y el ángulo POB mida 60º. (Puede utilizar transportador)
b) Marcar ahora, en otra circunferencia cuyo centro es O, los extremos de un diámetro. Llamarlos A y B y señalen un punto Q sobre la circunferencia (que no sea ni A ni B) de modo tal que el ángulo QAO mida 40º y el ángulo QOB sea 100º.

Actividad 2

a) Dibujar una circunferencia de centro O y radio r. Marcar tres puntos A, B y C en la circunferencia, de manera tal que el ángulo que formen los segmentos AB y BC sea de 45º.
A partir de estas afirmaciones, ¿es posible conocer los valores de otros ángulos? ¿De cuáles?¿Es posible conocer el valor del ángulo AOC?
¿Qué modificaciones pueden hacerse a la figura construida en el ítem a) de manera que se conserven las relaciones establecidas?
b)Retomar el problema anterior y pensar en una figura "parecida" pero con otros valores para el ángulo CBA.
A partir de lo observado, formular alguna conjetura.

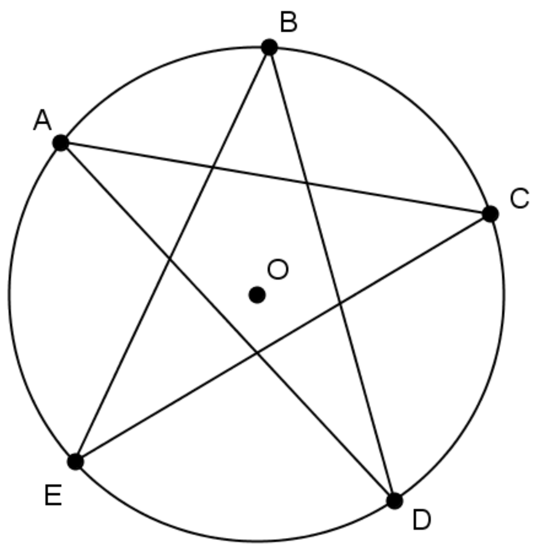
Actividad 3

En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia. Determinar la medida del ángulo $\hat{A}$ sin utilizar el transportador, sabiendo que el ángulo $\hat{B}$ mide 20º y que el ángulo NOR mide 120º



Actividad 4

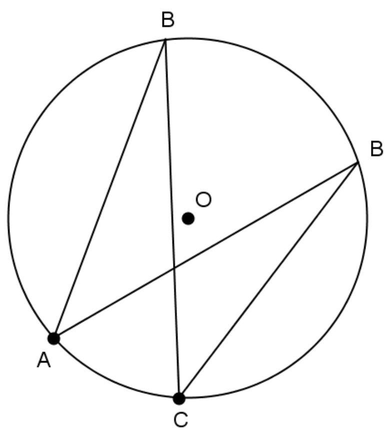
Dada la circunferencia de centro O y radio R, se marcan 5 puntos en ella designándolos consecutivamente A, B, C, D y E como se muestra en la figura:



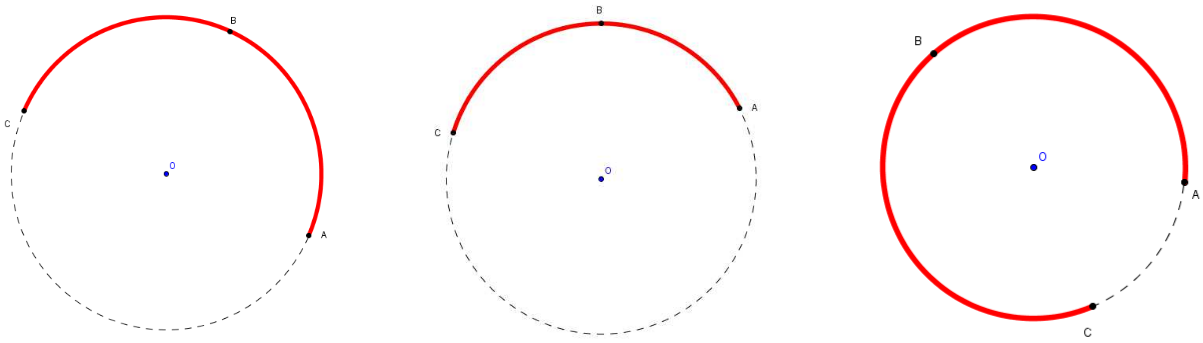
¿Será cierto que, sin importar dónde se marquen los puntos A, B, C, D y E sobre la circunferencia, siempre la suma de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ *y* $\hat{E}$ *es 180°?*

Actividad 5

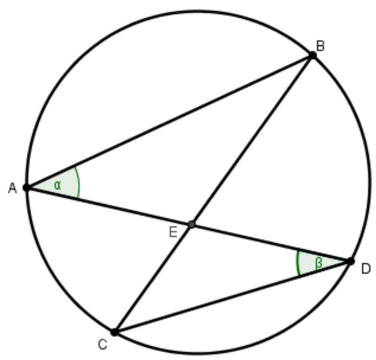
¿Será cierto que la siguiente figura, dados A y C fijos, el valor del ángulo ABC no varía, aunque se modifique la posición del punto B? Argumentar la decisión.



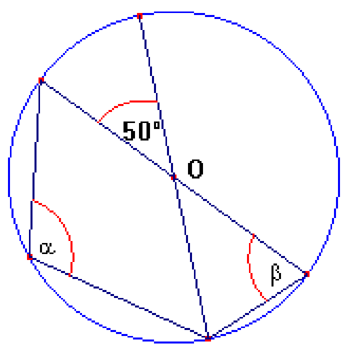
37. En cada caso marcar el ángulo central correspondiente al arco y marcar dos ángulos inscriptos en el mismo.



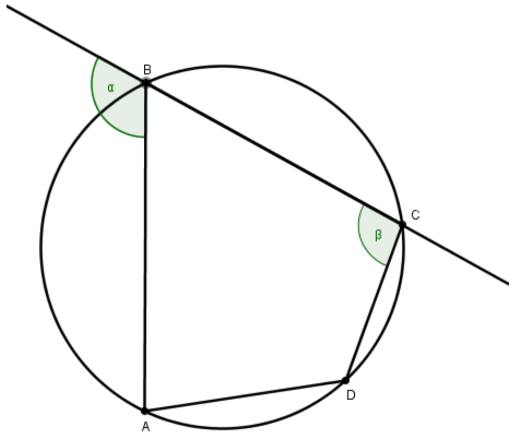
38. Si $\hat{\alpha} = 27^o$ y $\hat{\beta} = 30^0$ averiguar el valor de los ángulos $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{E}$. Justificar



41. Considerando el siguiente gráfico, calcular la medida de $\hat{\alpha}$ y de $\hat{\beta}$:



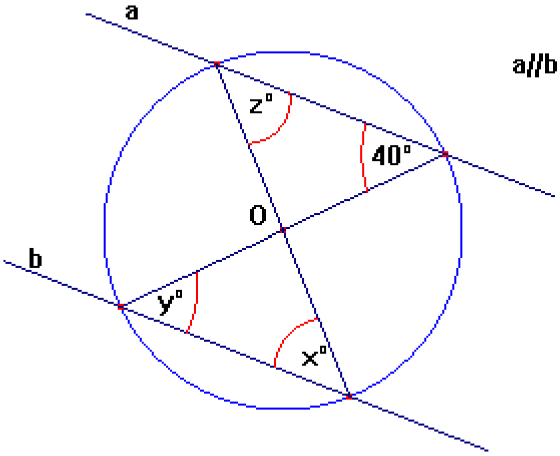
42. Si $\hat{\alpha} = 101$ y $\hat{\beta} = 96^{o}$ averiguar el valor de los ángulos interiores del cuadrilátero inscripto en la circunferencia.



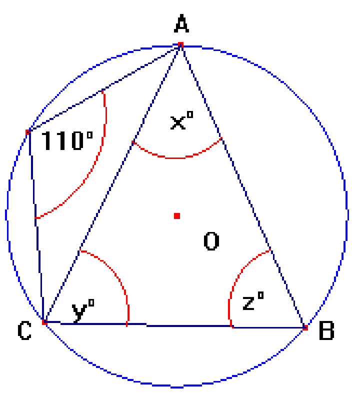
43. Calcular las medidas de dos ángulos opuestos de un cuadrilátero inscripto en una circunferencia, sabiendo que la diferencia entre ambos es 20°.

44. Calcular ***x, y, z,*** en cada uno de los siguientes casos:

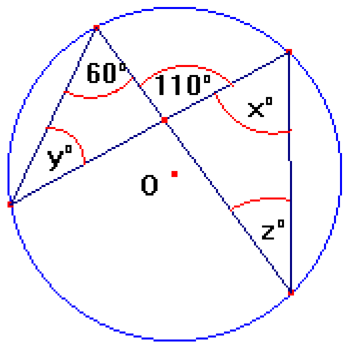
a)



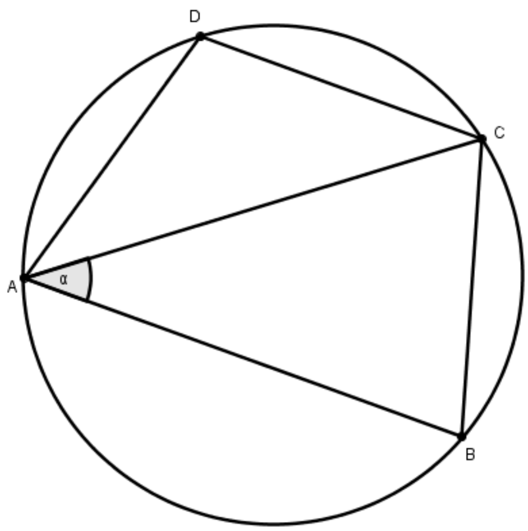
b) $\overline{AC} = \overline{AB}$



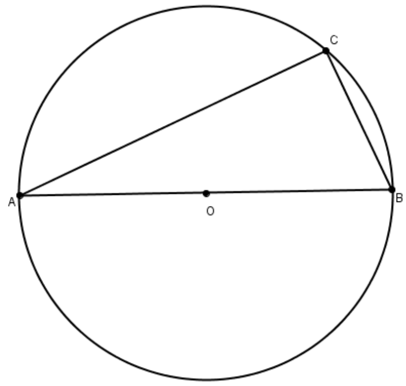
c)



45. Dado el trapecio ABCD, sabiendo que $\overline{AD} = \overline{CD}$ y además que $\hat{\alpha} = 30^0$. Averiguar el valor de $\hat{B}$.

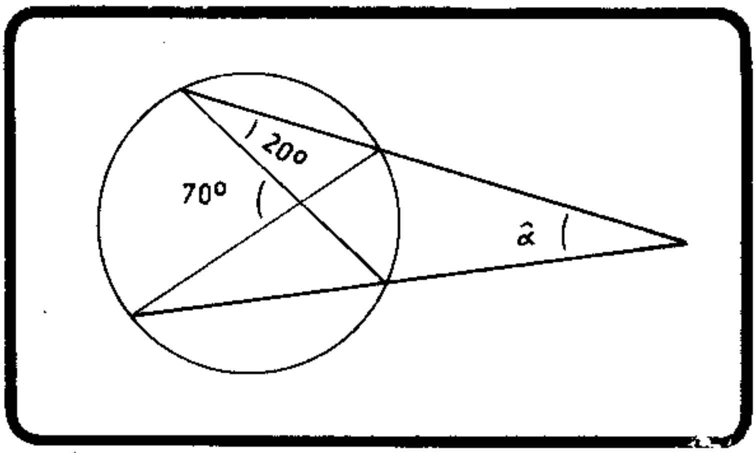


46. Dada la circunferencia de centro “o” , sabiendo que $\hat{A} = 0,\hat{6} + 8^0$ y $\hat{B} = 1,\hat{3}x + 22^0$, averiguar los ángulos interiores del triángulo ABC.

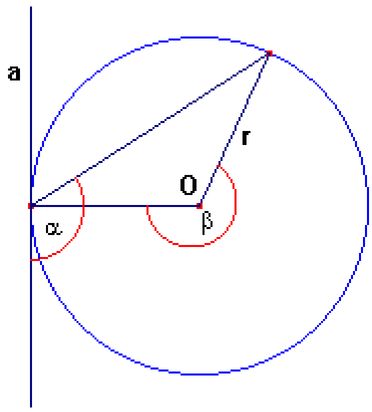


47. El triángulo $B\overset{\Delta}{A}C$ es rectángulo y $\overline{AM}$ es la mediana correspondiente a la hipotenusa. Demostrar que el triángulo $A\overset{\Delta}{M}C$ es isósceles.

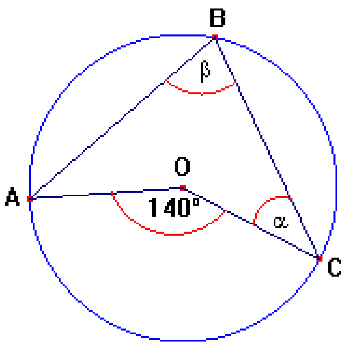
48. Determinar la amplitud del ángulo $\hat{\alpha}$:



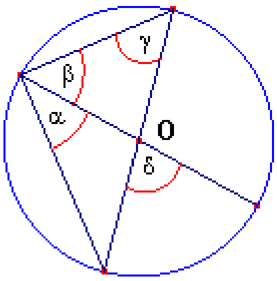
49. En el siguiente dibujo, la recta a es tangente a la circunferencia de centro O y radio r: Hallar la medida del ángulo $\hat{\alpha}$, sabiendo que $\hat{\beta} = 220°$.



50. En el dibujo, es $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$. Calcular la medida de los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$:

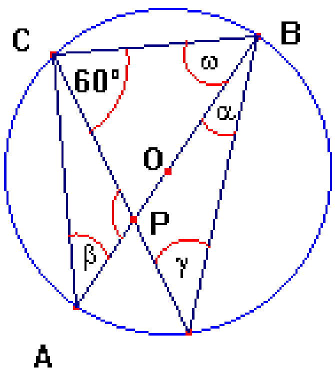


51. Dado el siguiente gráfico, calcular las medidas de los ángulos $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, sabiendo que $\hat{\delta} = 100°$.

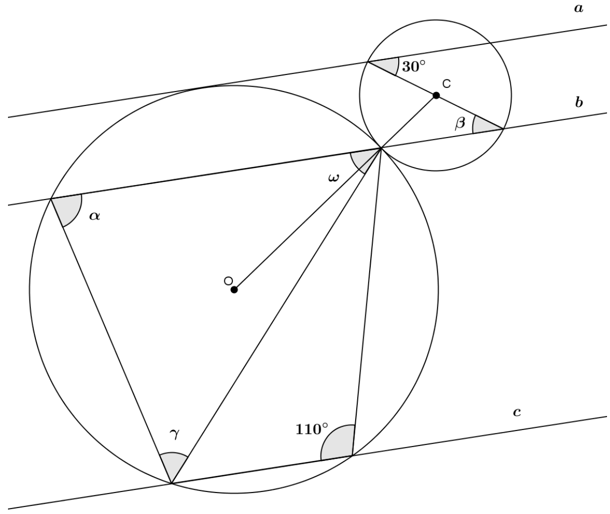


52. Teniendo en cuenta el gráfico Calcular las medidas de los ángulos $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ y $\hat{\omega}$.

a) Sabiendo que $C\hat{P}A = 100°$.

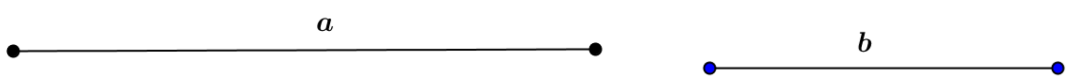


b) Sabiendo que a // b // c, O y C son centros de las circunferencias tangentes.



53. Si $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros distintos de una circunferencia. ¿Qué clase de cuadrilátero es ACBD?

54. Construir un triángulo rectángulo considerando el segmento ***a*** como hipotenusa y ***b*** como uno de los catetos. Trazar la circunferencia circunscripta al triángulo.



55. Dados los segmentos:

se pide:

a. Construir un triángulo rectángulo siendo $\overline{AB}$ el segmento correspondiente al lado mayor y h_{AB} : la altura correspondiente al lado $\overline{AB}$.

b) Construir un triángulo rectángulo con hipotenusa AB y que tenga la mitad del área del triángulo construido en a).