

MATEMÁTICA: TRABAJO PRÁCTICO 1**Números reales***Números grandes*

¿Números grandes? Sí. Grandes. Difíciles de imaginar. Uno escucha que las deudas externas se manejan en miles de millones de dólares, que las estrellas en el cielo están a años luz de la Tierra, que la molécula de ADN contiene tres mil millones de nucleótidos, que la superficie del sol tiene una temperatura de seis mil grados centígrados, etcétera. Estoy seguro que cada uno que esté leyendo este párrafo tiene sus propios ejemplos para agregar.

Lo que yo hago frente a estas magnitudes es compararlas, contrastarlas con algo que me sea más fácil representar.

En el mundo hay más de seis mil quinientos millones de personas. En realidad ya somos (en Agosto de 2005) más de seis mil trescientos millones. Parece mucho. Pero ¿qué es mucho? Veamos. ¿Qué diferencia hay entre un millón y mil millones? (aparte de que el último tiene tres ceros más). Para ponerlo en perspectiva, transformémoslos en segundos. Por ejemplo, supongamos que en un pueblo en donde el tiempo sólo se mide en segundos, una persona está acusada de haber cometido un delito. Se enfrentan el fiscal y el abogado defensor delante del juez que interviene en la causa, El fiscal pide “mil millones de segundos para el reo”. El defensor lo tilda de “loco” y sólo está dispuesto a aceptar “un millón de segundos y sólo como un hecho simbólico”. El juez acostumbrado a medir el tiempo de esa forma, sabe que la diferencia es abismal.

Adrián Paenza.

“Matemática...¿ estás ahí?”

1. Expresar un millón de segundos y mil millones de segundos en otras unidades que faciliten la comparación.
- 2.

Planeta	Distancia media al Sol (en km)	Masa en relación al Sol
Mercurio	11.000.000	$1,25 \cdot 10^{-7}$
Tierra	150.000.000	$3 \cdot 10^{-6}$
Marte	228.000.000	$3,23 \cdot 10^{-7}$
Saturno	1.427.700.000	$2,86 \cdot 10^{-4}$
Neptuno	5.919.000.000	$5,19 \cdot 10^{-5}$

La primera columna de la tabla, corresponde a las distancias medias al Sol, de algunos planetas de nuestro sistema Solar. La segunda, informa acerca de la masa de los mismos, tomando como unidad la masa solar.

a) Escribir las distancias medias entre los planetas de nuestro sistema y el Sol como producto de una potencia de 10 por un número comprendido entre 1 y 10.

b) Encontrar la expresión decimal de la medida de la masa de cada planeta en relación a la masa del Sol.

Un número está escrito en notación científica cuando está expresado como el producto de una potencia de 10 por otro número que, en valor absoluto, es mayor o igual que 1 y menor que 10.

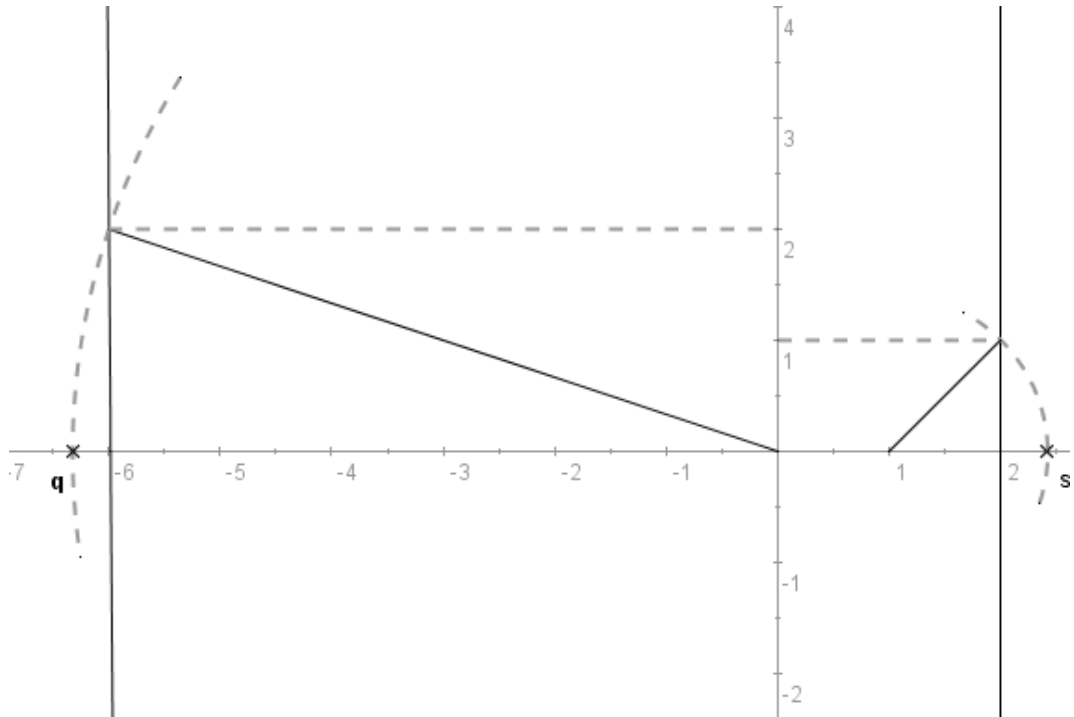
3. El "año luz" es la distancia que recorre la luz en un año, dicha distancia expresada en kilómetros es de aproximadamente $9,5 \cdot 10^{12}$ km. La estrella más próxima a la Tierra, fuera del Sol, es la llamada "Alfa del Centauro" que dista de la Tierra 4 años luz. Expresar esta distancia en km.
4. Supongamos que la Tierra está totalmente formada por arena y que es una esfera de 6500 km de radio. Si 100 granos de arena ocupan 1 mm^3 ¿Cuántos granos de arena habría en la Tierra? ($\pi \cong 3,14$) (Vol. de la esfera = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$)
5. La masa de un virus es 10^{-21} kg, la de un hombre 70 kg. ¿Qué porcentaje de la masa del hombre representa, aproximadamente, la del virus?
6. Escribir en notación científica, la equivalencia en metros de las siguientes unidades de longitud:
 a) 1 micrón (1μ) (es la milésima parte de un milímetro)
 b) 1 ángstrom (1 \AA) (es la millonésima parte de un milímetro)
7. Escribir cada uno de los siguientes números en notación científica
 a) 48000 b) 0,000008 c) 2345 d) 234,50 e) 0,007008 f) 200410000000
8. Resolver expresando cada número y la respuesta en notación científica.
 a) $\frac{0,00008 \cdot 50000000000}{20000^2}$ b) $\left(\frac{60000000}{0,00001^2} \cdot \frac{0,0000008}{12000} \right)^{-2}$
9. Si $a = 512 \cdot 10^2$, $b = 0,478 \cdot 10^5$ y $c = 0,0049 \cdot 10^7$ se pide que ordenes a, b y c en forma ascendente.
10. El número 10^{100} se llama **GOGOL**. El tiempo que una persona tarda en escribir un cero es de 1/5 de segundo y en escribir un uno 1/10 de segundo. ¿Cuánto tiempo tardaría una persona en escribir en forma completa el resultado del cuadrado de 1 gogol?
11. Se sabe que $L = 2 \cdot \sqrt{\frac{a}{k}}$ obtener el valor de L, expresado en notación científica, cuando $a = 4,5 \cdot 10^{12}$ y $k = 5 \cdot 10^7$
12. El espesor de todas las hojas de un libro de 500 páginas es de 1,788 cm. Expresar en notación científica el espesor aproximado de una hoja. (Recordar que una hoja consta de dos páginas).
13. Si un cohete viaja a 9500 km/h, ¿cuánto tardaría en llegar a Marte? ¿Y a la estrella más cercana?
14. Se calcula que en la vía láctea hay $1,2 \cdot 10^{11}$ estrellas. ¿Cuántos años le tomaría a una persona contar las estrellas si cuenta una por segundo?
15. Proponer un número racional y otro irracional entre 2,333 y 2,3.
16. Ídem para $\sqrt{5}$ y 2,2.

17. a) Ordenar de menor a mayor:

$$-\sqrt[3]{2}; \pi; 3,2; 2\sqrt{2}; -\frac{7}{5}; 2,9; -\sqrt{2}; 3,1; \frac{\sqrt{2}+1}{2}$$

b) Señalar entre los números que ordenaste, aquellos que sean irracionales.

c) Un alumno realizó la siguiente construcción para ubicar en la recta real los números irracionales s y q. ¿De qué números se trata?



d) Representar en la recta numérica: $\sqrt{2}; \sqrt{3}; -\sqrt{5}; -\sqrt{11}; 3\sqrt{6}; \frac{\sqrt{2}+1}{2}; \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

18. Resolver y simplificar:

a) $\sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{8}$ b) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$ c) $\frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{5}\sqrt{600} - 5\sqrt{0,06}$

d) $1 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{32} + \sqrt{48}$ e) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{40} - 2\sqrt[3]{-5}$ f) $\sqrt[3]{5} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{5000}$

19. Obtener en cada caso una expresión equivalente sin radicales en el denominador.

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ e) $\frac{\sqrt[5]{2}}{3\sqrt[3]{4}}$ f) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
 g) $\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{2}}$ h) $\frac{4}{\sqrt[3]{16}}$

20. Considerar los números $x = 2\sqrt{3}$ e $y = -2 + \sqrt{3}$, realicen los siguientes cálculos y escriban los resultados sin radicales en el denominador:

- a) x^{-1} b) y^{-2} c) $y^{-1} - x^{-1}$ d) $(x + y)^{-1}$ e) $x + x^{-1}$

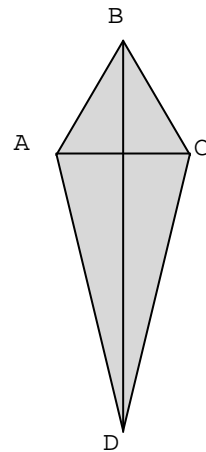
21. Escribir en cada caso la mínima expresión:

a) $\frac{1}{3}\sqrt{2} - \frac{2}{1-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}+1}$ b) $\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$ c) $\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2} - \frac{9}{\sqrt{12}}$

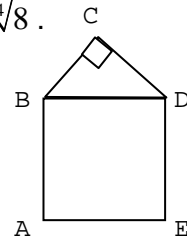
22. Con los siguientes datos:

- ABCD: Romboide
- Perímetro del romboide: $\sqrt{300}$ cm
- $\overline{AC} = \sqrt{12}$ cm
- $\overline{OD} = 2\sqrt{6}$ cm

- a) Hallar la medida del segmento \overline{AB} .
b) Hallar la medida del segmento \overline{OB} .



23. Sabiendo que el área del triángulo rectángulo $\triangle BCD$ es 1 y $|\overline{CD}| = \sqrt[4]{8}$. Hallar el área del cuadrado ABDE.



24. Trasformar los radicales en potencias, resolver y luego expresar el resultado con radicales.

a) $\sqrt[3]{12} : \sqrt[4]{12}$ b) $(3\sqrt[5]{6}) : (2\sqrt[10]{6})$ c) $\sqrt{2\sqrt[3]{4}}$ d) $\sqrt{\sqrt[3]{18}} \cdot \sqrt[6]{(2\cdot 3^2)^4}$

e) $\sqrt{2\sqrt{8\sqrt{16}}}$

25. Expresen los radicales como potencias y resuelvan:

a) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ b) $5\sqrt[3]{5} : \sqrt{\left(\frac{1}{5}\sqrt[5]{25}\right)^{\frac{1}{3}}}$ c) $(\sqrt{6\sqrt[4]{12}})^3 : 18^{\frac{1}{2}}$ d) $\frac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{10} : \sqrt[4]{0,001}}$

26. Simplificar todo lo posible la expresión: $\left[\left(x^{\frac{-2}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}\right]^{\frac{5}{4}}$, luego hallar su valor para $x = 0,0001$