

## MATEMÁTICA - TERCERO - REVISIÓN INTEGRADORA

- 1) La recta  $r_1$ , tiene ordenada al origen 4 y forma con los ejes coordenados en el segundo cuadrante, un triángulo de área 16. Determinar la distancia del punto  $P = (-3; -5)$  a la recta  $r_1$ .
- 2) La función cuadrática  $f(x)$ , es tal que  $f(-1) = 5$ . Determinar  $f(x)$ , sabiendo además que los ceros de  $g(x) = -2x^2 + 3x - 1$ , son también ceros de  $f(x)$ .
- 3) Las funciones  $f(x) = x + a$  y  $g(x) = x^2 + bx + 2b$ , se intersecan en 2 puntos. Uno de ellos es  $(-1; 0)$ . a) Determinar el otro punto de intersección. b) Verificar gráficamente.
- 4) Determinar la ecuación de la recta perpendicular a  $y = x - 2$  que corta a  $f(x) = x^2 - x - 2$  en un punto de abscisa  $x = 3$ .
- 5) Los gráficos de las funciones lineales  $r(x) = 2x - 2$  y  $q(x) = -x - 3$  se intersecan en el punto A. El gráfico de la función cuadrática  $f(x)$  pasa por dicho punto e interseca el eje x en los mismos puntos que  $r(x)$  y  $q(x)$ . Graficar las tres funciones.
- 6) Dadas:  $f(x) = -2x^2 - 1$  y  $g(x) = mx + 1$ , se pide:  
Determinar **m**, tal que:
  - a)  $f(x)$  y  $g(x)$  se corten en dos puntos..
  - b)  $f(x)$  y  $g(x)$  se corten en un solo punto (g es tangente a f).
  - c)  $f(x)$  y  $g(x)$  no tengan puntos en común.
- 7) Hallar  $k \in \mathbb{R}$ , de modo tal que la recta  $y = -x - 1$  sea tangente al gráfico de  $f(x) = x^2 + kx$ . Para el menor valor de k hallado, dar las coordenadas del punto de tangencia.
- 8) Determinar el conjunto de positividad de la función cúbica que cumple:  
\* 2 es raíz doble.                      \* es mónico                      \* el gráfico pasa por el punto (0;16).
- 9) Proponer una fórmula para los polinomios mónicos de grado 3 cuyos gráficos cortan a los ejes coordenados únicamente en los puntos (3;0) y (0;-12), además no tienen raíces triples.
- 10) Con chapas cuadradas de 60 cm. de lado hay que armar cajas (sin tapa) y, para ello, se cortará en cada esquina un cuadrado de lado x.

- a) Calcular la superficie lateral de una caja en la que se recortarán cuadraditos de 5 cm de lado.
- b) Las cajas se destinarán a uso publicitario, por lo que se necesita que su superficie lateral sea máxima posible. ¿Cuánto medirá la superficie de los cuadraditos que se deberán recortar en las esquinas?

11) Se corta un alambre de 32 cm. de longitud en dos partes y cada una de ellas se dobla para formar un cuadrado. Si se suma el área de ambos da  $34 \text{ cm}^2$ . Hallar la longitud de cada trozo de alambre.

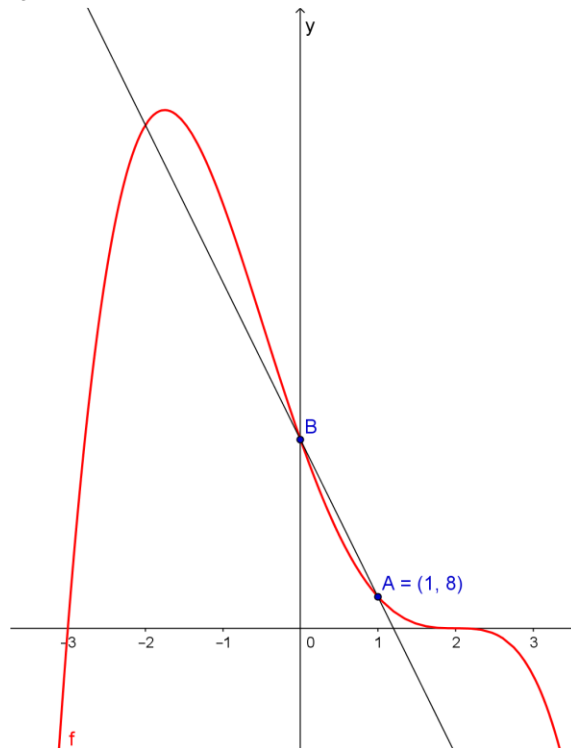
12) Sabiendo que el conjunto de positividad de la función:

$g(x) = 4x^4 - 28x^3 - 15x^2 + 448x - 784$  es  $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ , hallar el conjunto de negatividad.

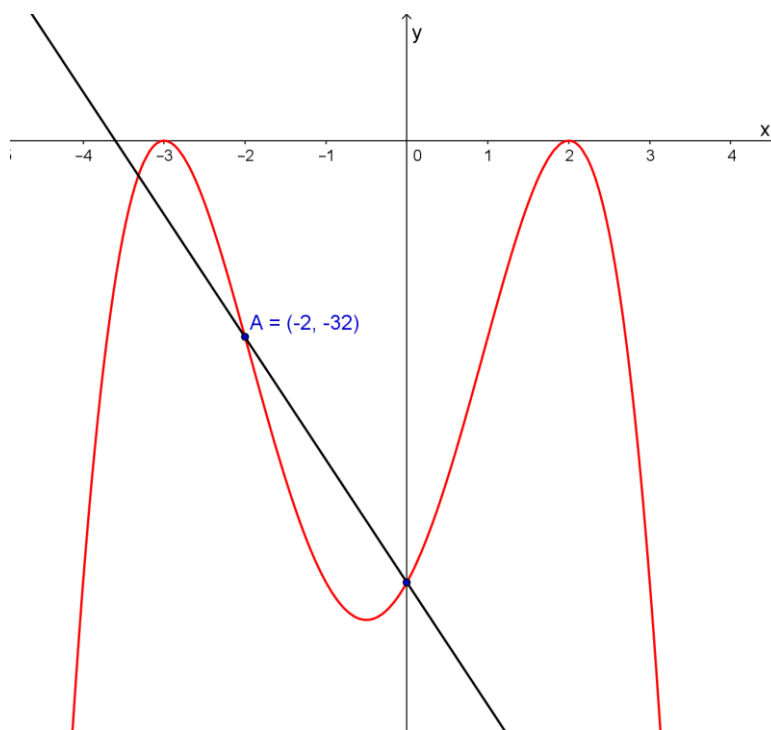
13) Dado  $P(x) = -\frac{5}{2}x^3 + kx - 5$  se sabe que  $P(1) = 0$ . Determinar el conjunto de positividad, de negatividad y de ceros.

14) Hallar en cada caso, la ecuación de la recta que interseca al gráfico del polinomio de grado 4.

a) 2 es raíz del polinomio



b)



15) Determinar los valores de  $k \in \mathbb{R}$ , de modo que el conjunto de positividad de la función:  
 $f(x) = -3x^2 + kx + k$  sea  $C^+(f) \neq \emptyset$ .

16) Sea  $f$  una función polinómica de grado 3 tal que  $f(1) = 4$ . Sabiendo que el gráfico de  $f(x)$  pasa por el origen de coordenadas y que los ceros de  $g(x) = 3x^2 - 7x + 2$  son también ceros de  $f(x)$ , hallar  $f(x)$ . Determinar el conjunto de positividad de  $f(x)$ .

17) Determinar la función polinómica  $f(x)$  de grado 3, tal que corte al eje  $y$  en  $y = 40$ , y cuyo conjunto de positividad sea  $(-1;2) \cup (4;\infty)$ .

18) Sabiendo que  $(1;-4)$  es uno de los puntos donde se intersecan los gráficos de las funciones  $f(x) = x^3 - 5x^2$  y  $g(x) = -7x + 3$ . Determinar todos los puntos de intersección.

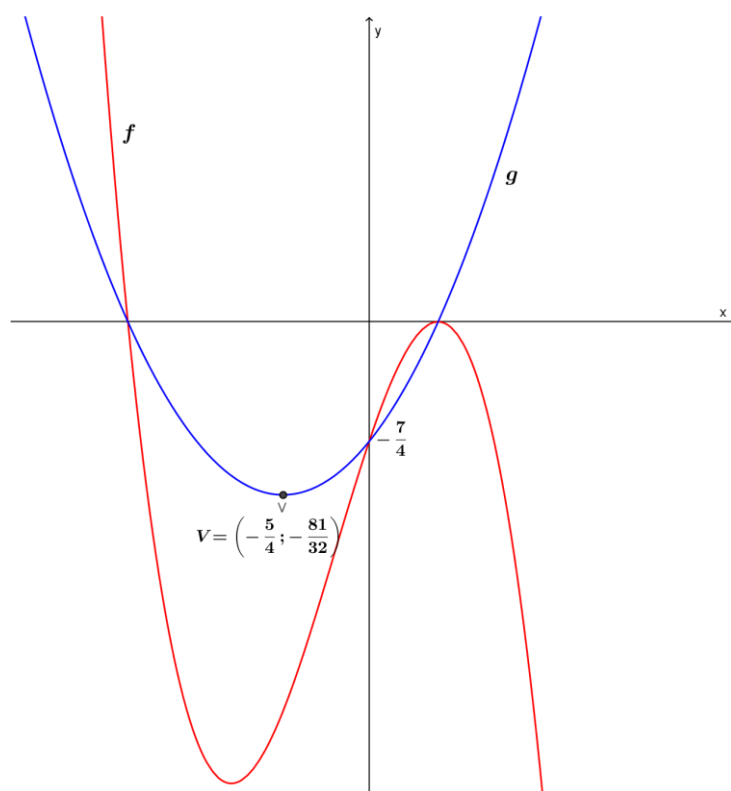
19) La función cuadrática  $f$  que pasa por los puntos  $(1;2)$  y  $(3;2)$  e interseca al eje de las abscisas en un solo punto.

Determinar los valores de  $a$  (reales) de forma tal que la recta de ecuación:  $y = ax + 6$  sea tangente al gráfico de  $f$ .

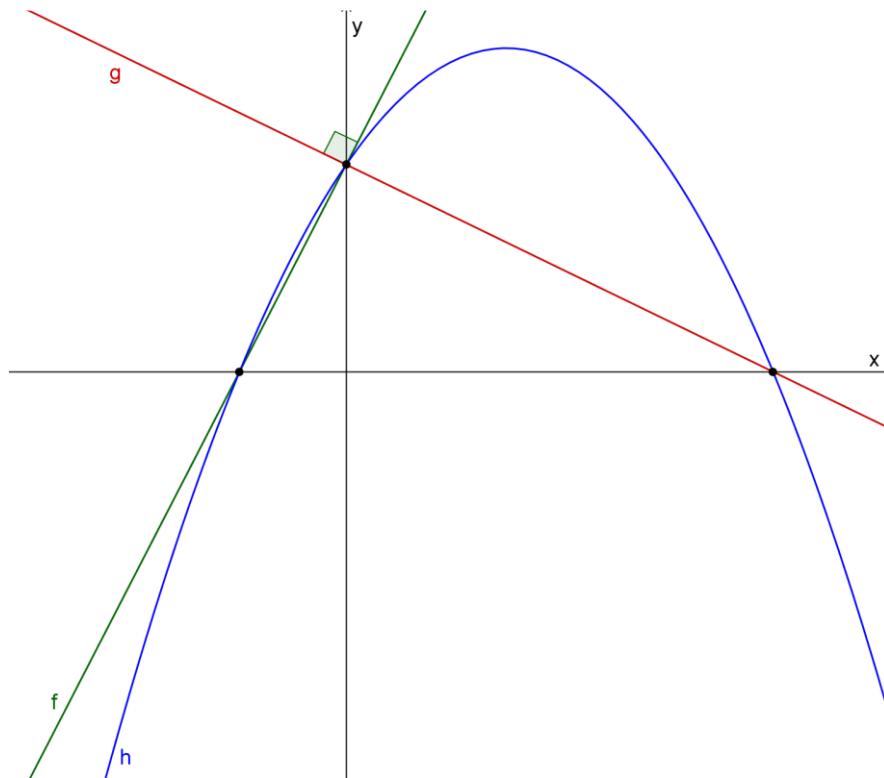
20) Dada la función definida por la fórmula:  $P(x) = -x^3 + 4x$ , se pide:

- Hallar el conjunto solución de la inequación:  $-x^3 + 4x \leq 0$ .
- Dar la expresión de una función polinómica  $B$  de grado 5, con las mismas raíces de  $P$  y  $C^+(B) = (-\infty, -2)$ .

21) A continuación se muestra el gráfico de una función polinómica de grado 3 y una parábola. Determinar la fórmula de la función polinómica  $f$ .



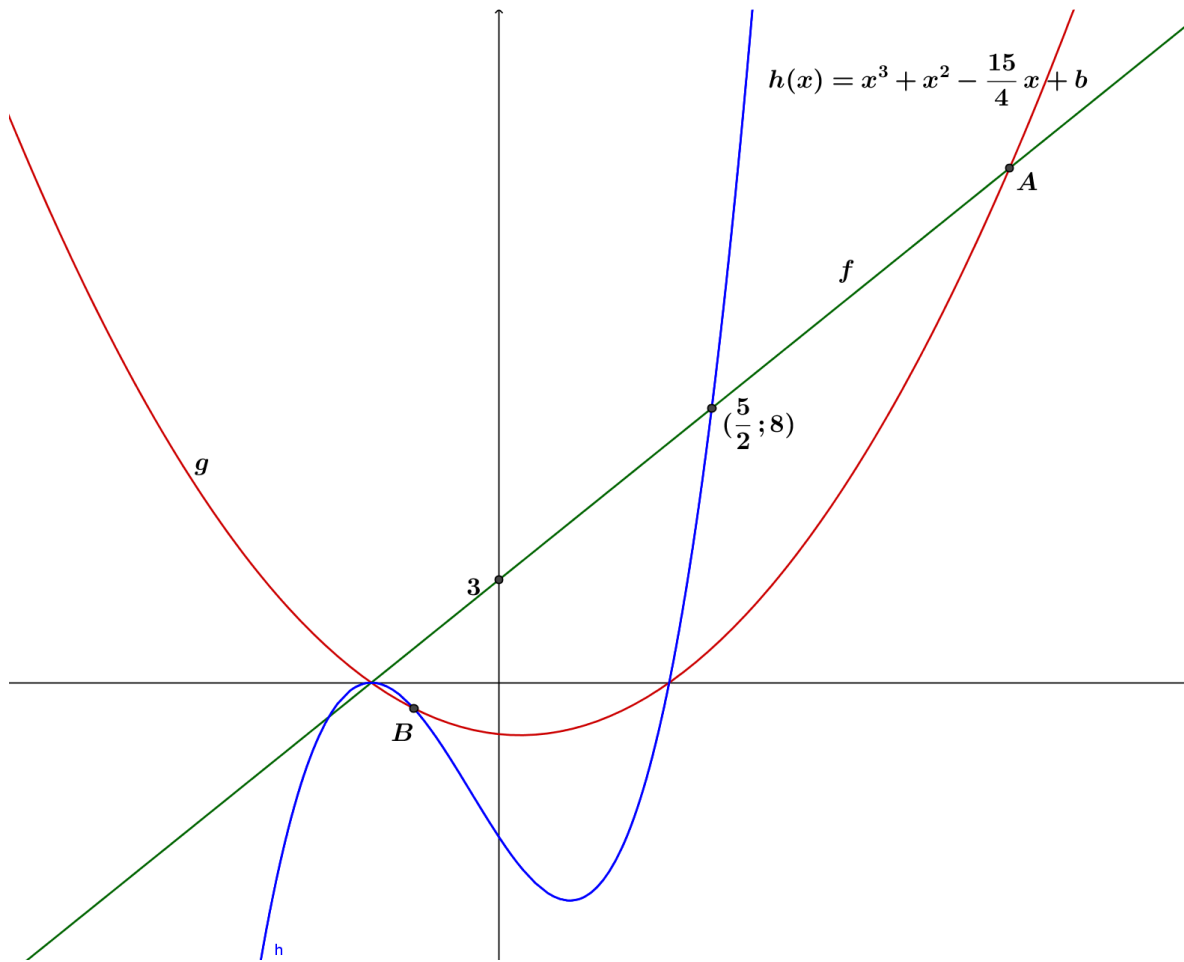
22) Las rectas  $f$  y  $g$  son perpendiculares y se cortan en el eje de ordenadas.



- a) ¿Es posible que  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ? Justificar.  
 b) Si  $h(x) = a(x+2)(x-8)$ , determinar el conjunto imagen de h.

23) Un jardín rectangular mide 60 dm por 80 dm. Parte del jardín será removido para instalar una vereda de ancho uniforme alrededor de él. El área del nuevo jardín es la mitad del área del viejo jardín. Determine el ancho de la vereda.

- 24) Se muestran los gráficos de las funciones f, g y h. Se sabe que  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ .  
 a) Hallar b y g(x).  
 b) Hallar las coordenadas de los puntos A y B.



### RESPUESTAS

1)  $d = 3 \cdot \sqrt{5}$

2)  $f(x) = \frac{5}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (x-1)$

3) a)  $P = (3;4)$

4)  $y = -x + 7$

5)  $A = \left(-\frac{1}{3}; \frac{-8}{3}\right)$ ,  $f(x) = \frac{3}{4} \cdot (x-1) \cdot (x+3)$

6) i) a)  $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ , b)  $m = 4$  o  $m = -4$ , c)  $m \in (-4; 4)$

7)  $k = 1$  o  $k = -3$  Punto de tangencia  $(1; -2)$

8)  $C^+ = (-4; 2) \cup (2; +\infty)$

9)  $y = (x-3) \cdot (x^2 + bx + 4)$   $k \in (-4, 4)$

10) a)  $1000\text{cm}^2$  c)  $225\text{cm}^2$

11)  $(36; 132)$  y  $(-60; -156)$

$$12) C^- = \left(-4; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; 4\right)$$

$$13) C^+ = (-\infty; -2) ; C^- = (-2; 1) \cup (1; \infty) ; C^0 = \{1; -2\}$$

$$14) a) y = -40x + 48 \quad b) y = -20x - 72$$

$$15) k \in (-\infty, -12) \cup (0, +\infty)$$

$$16) f(x) = -6 \cdot x \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot (x - 2) ; C^+ = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right)$$

$$17) f(x) = 5 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 4)$$

$$18) S = \{(1; -4); (3; -18)\}$$

$$19) f(x) = 2(x - 2)^2 \quad a = -12 \quad o \quad a = -4$$

$$20) a) S = [-2, 0] \cup [2, +\infty] \quad b) B(x) = a \cdot (x + 2)(x - 2)^2 x^2, a < 0$$

$$21) f(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 \left(x + \frac{7}{2}\right) \quad g(x) = \frac{1}{2}(x - 1) \left(x + \frac{7}{2}\right)$$

$$22) f(x) = 2x + 4 \quad g(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \quad h(x) = -\frac{1}{4}(x + 2)(x - 8) \quad \text{Im}_h = \left(-\infty; \frac{25}{4}\right]$$

23) El ancho de la vereda es de 10 dm.

$$24) a) b = -9/2 \quad g(x) = \frac{1}{2}(x - 2) \left(x + \frac{3}{2}\right) \quad b) A = (6; 15) \quad B = (-1; -0,75)$$