FUNCIÓN HOMOGRÁFICA

Presentamos cinco actividades introductorias para trabajar en el aula:

Actividad 1: Dada la siguiente función: $f(x) = \dfrac{2x-4}{x+1}$

a) Dar todos los valores que puede tomar la variable independiente (dominio de la función)
b) Hallar las siguientes imágenes: f(-0,9)= f(-0,99)= f(-1.01)= f(10000) = f(-10000)=
c) Hallar x tal que f(x) = 3.
d) Hallar x tal que f(x) = 1.
e) Hallar x tal que f(x) = 0
f) En la ecuación: f(x) = a ¿Existe algún valor de a, para el cual no es posible hallar x?
g) Con los datos extraídos en los ítems anteriores, construir un gráfico aproximado de f.

Actividad 2: Dada la siguiente función: $g(x) = \dfrac{2-6x}{3x+3}$

a) Dar todos los valores que puede tomar la variable independiente (dominio de la función)
b) Hallar las siguientes imágenes: g(-0,9)= g(-0,99)= g(-1.01)= g(10000)= g(-10000)=
c) Hallar x tal que g(x) = 3.
d) Hallar x tal que g(x) = 1.
e) Hallar x tal que g(x) = 0
f) En la ecuación: g(x) = a ¿Existe algún valor de a, para el cual no es posible hallar x?
g) Con los datos extraídos en los ítems anteriores, construir un gráfico aproximado de f.

Actividad 3: Determinar el dominio y la imagen de $f(x) = \dfrac{5}{2x-4}$.

Actividad 4: Proponer la fórmula de una función con dominio: $\mathbb{R} - \{3\}$ e imagen: $\mathbb{R} - \{2\}$

Actividad 5: Modificar la fórmula hallada en la actividad anterior de modo tal que el gráfico presente una raíz en x = 1

Más ejercitación:

1. Hallar el conjunto de negatividad de *f*, siendo $f(x) = \dfrac{x-6}{3-2x} + 2$.

2. Hallar dominio, conjunto imagen, intervalos de positividad y gráfico de:

   $f(x) = \dfrac{1}{x-4} + 5$.

3. Indicar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)=\frac{-2x-3}{x+2}$.

4. Hallar los puntos de intersección entre los gráficos de $f(x)=\frac{6864}{x+16}$ y $g(x)=3x+24$.

5. Hallar los valores reales de ***k*** y ***p*** para que la función $f(x)=\frac{kx-4}{1+px}$**,** tenga como asíntotas las rectas $x=\frac{1}{2}$ e $y=-\frac{3}{2}$**.**

6. Sea $f(x)=x-1$ y $g(x)=\frac{6}{x}$. Hallar analíticamente las coordenadas de los puntos de intersección de los gráficos de $f(x)$ y $g(x)$.

7. Determinar $b\in R$ para que la función $f(x)=\frac{6x+5}{bx+1}$ tenga asíntota horizontal de ecuación $y=-3$. Para el valor de b encontrado escribir las ecuaciones de todas las asíntotas de $f(x)$.

8. Sea $f(x)=\frac{3x-a}{bx+4}$. Determinar a y b de manera que : $f(3)=0$ y $A.H.: y=-2$.

9. Determinar analíticamente el o los puntos de intersección de $f(x)=\frac{2x-1}{-4x+2}$ con $g(x)=\frac{x-3}{x}$.

10. Determinar analíticamente el o los puntos de intersección de $f(x)=\frac{-2x+1}{x-1}$ con $g(x)=-4x^2+4x-1$. Graficar ambas funciones.

RESPUESTAS

1. $C^{-} = \left(0;\frac{3}{2}\right)$

2. $Dom = R - \{4\}$, $\quad \mathrm{Im} = R - \{5\}$, $\quad C^{+} = \left(-\infty;\frac{19}{5}\right) \cup (4;\infty)$

3. f(x) decrece en $(-\infty;-2)$ y en $(-2;\infty)$. Nunca crece

4. P = (36 ;132) y Q =(-60 ; -156)

5. p = -2 y k = 3

6. P = (3;2) y Q = (-2; -3)

7. b = -2 ; A. H. : y =-3 ; A. V. : $x = \frac{1}{2}$

8. a = 9 ; $b = -\frac{3}{2}$

9. $A = \left(2;-\frac{1}{2}\right)$

10. $S = \left\{(0;-1);\left(\frac{1}{2};0\right);\left(\frac{3}{2};-4\right)\right\}$

Función racional - Ecuaciones racionales

1. Dadas las siguientes funciones racionales:

$$g : D \longrightarrow R \,/\, g(x) = \frac{-x^3 - x^2 + 6x}{x^2 - 2x}$$

$$f : D \longrightarrow R \,/\, f(x) = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 1}{x - 1}$$

$$h : D \longrightarrow R \,/\, h(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 6x - 4}{x^4 - x^3 + 8x - 8}$$ se pide:

- *a)* Expresión simplificada y dar el dominio (D).
- *b)* Ecuaciones de las asíntotas (si existen).
- *c)* Conjunto imagen.
- *d)* Gráfico.

2. Dada la expresión de la función racional $f(x) = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x - 3}$, se pide:

- a) Determinar dominio, conjunto de positividad, intervalo de crecimiento e imagen de f.
- b) Determinar los valores de $x \in R \,/\, f(x) \leq 5$.

3. Hallar A y B para que se cumpla la siguiente igualdad:

$$\frac{3x^2 - 12x - 6}{(x-2)(x+1)^2} = \frac{-2}{x-2} + \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1}$$

4. Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

a) $\dfrac{x}{2x-6} - \dfrac{3}{x^2 - 6x + 9} = \dfrac{x-2}{3x-9}$

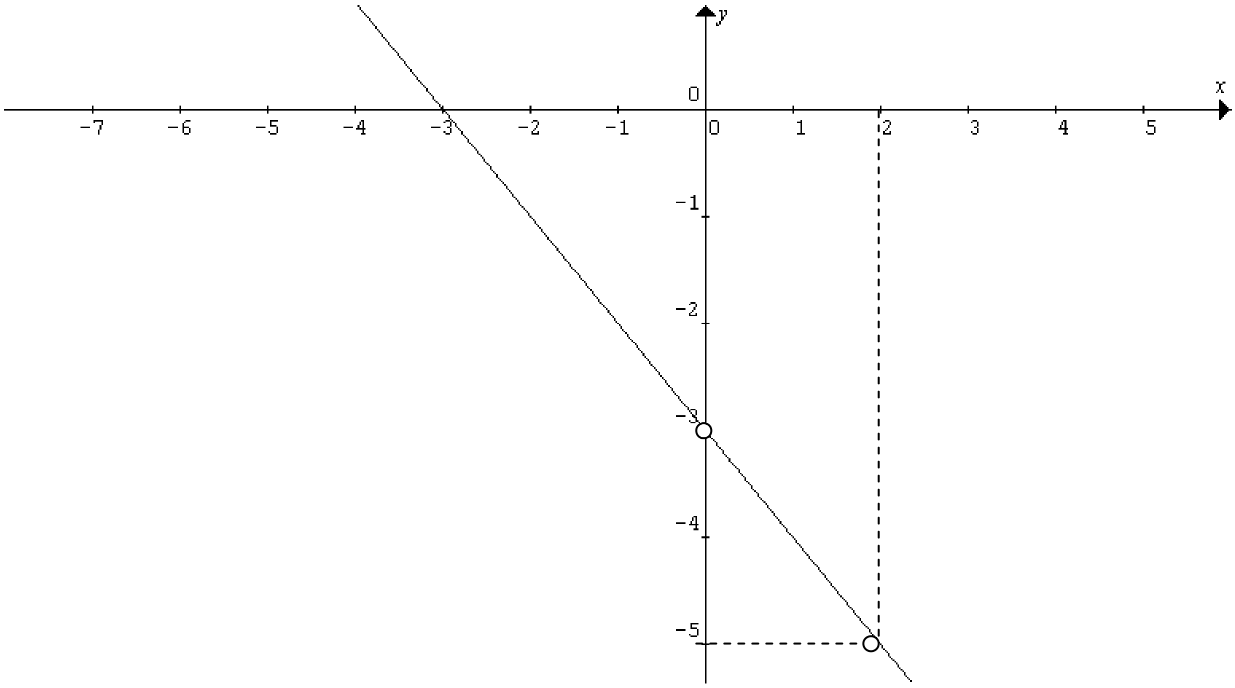
b) $\dfrac{2(x+1)}{x-2} + \dfrac{5}{x+4} = \dfrac{36}{x^2 + 2x - 8}$

c) $\dfrac{3x}{2x+1} = \dfrac{x+5}{x+1} + \dfrac{x-19}{2x^2 + 3x + 1}$

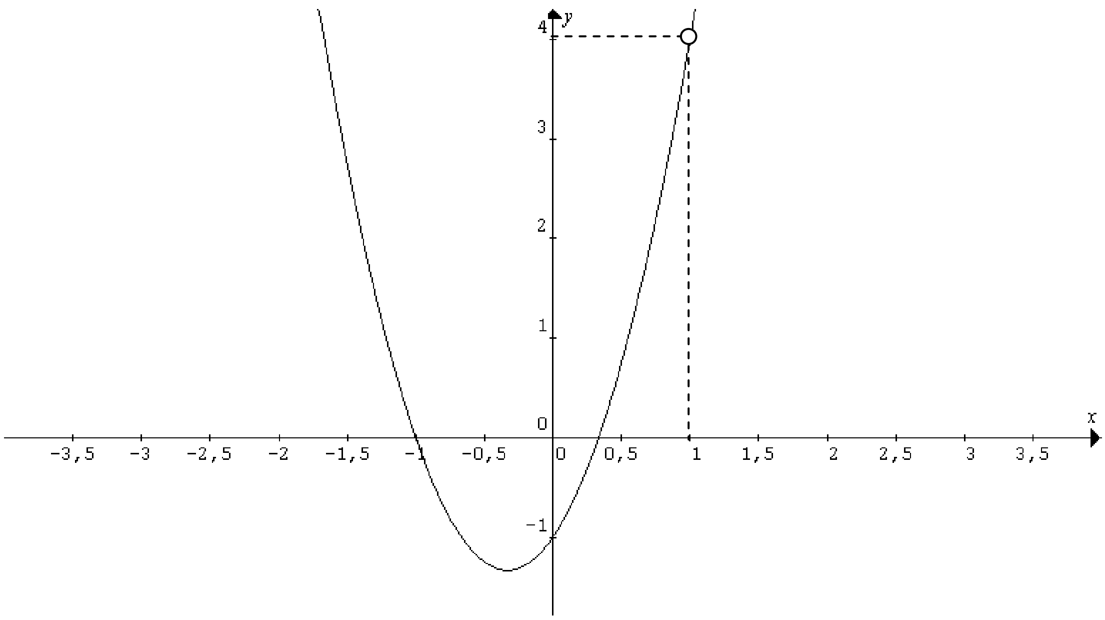
d) $\dfrac{x^2}{x^2 - 4} - \dfrac{x+2}{x^3 - 2x^2} = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$

RESPUESTAS

1. $g : R - \{0;2\} \longrightarrow R \,/\, g(x) = -x - 3$; no tiene asíntotas; $\operatorname{Im}(g) = R - \{-5;-3\}$

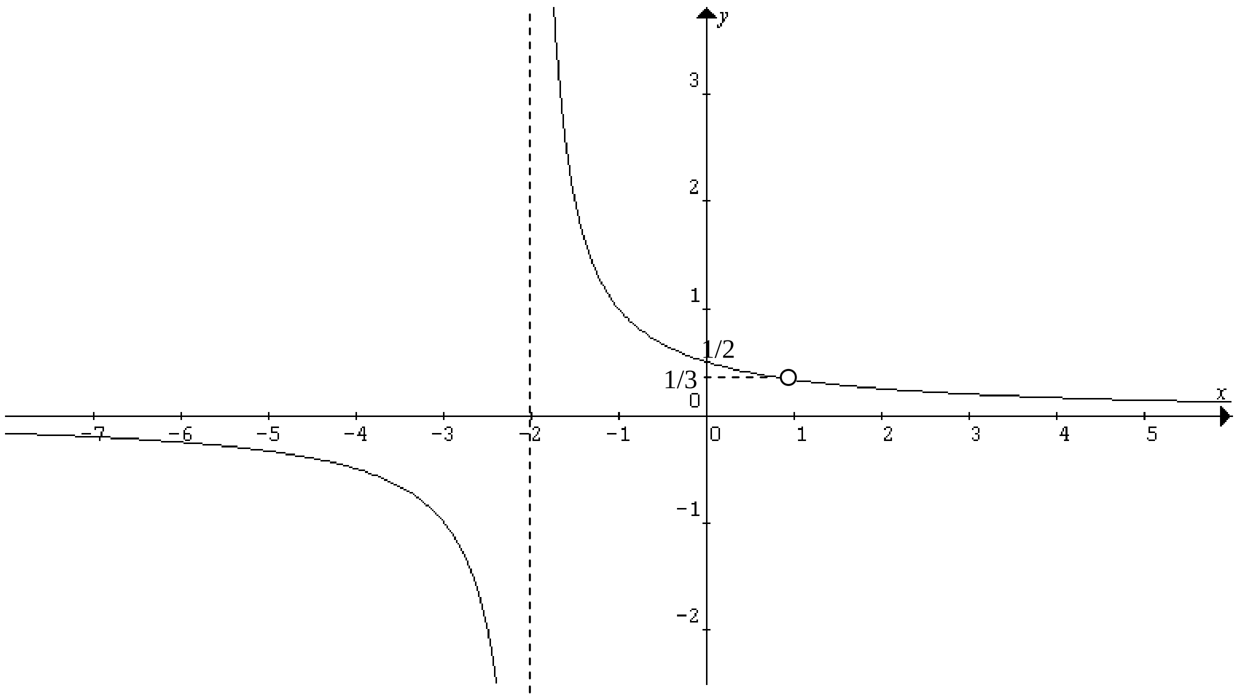


$f : R - \{1\} \longrightarrow R \,/\, f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, no tiene asíntotas, $\operatorname{Im}(f) = \left[-\frac{4}{3};+\infty\right)$



$h : R - \{-2;1\} \longrightarrow R \,/\, h(x) = \dfrac{1}{x+2}$; asíntotas: x = -2 (asíntota vertical), y = 0 (asíntota horizontal)

$\operatorname{Im}(h) = R - \left\{0;\frac{1}{3}\right\}$



2. a) $Dom(f) = R - \{3\}$ $C^{+}(f) = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$ $I \nearrow = (1;3) \cup (3;+\infty)$

$Im(f) = [-4;+\infty)$ b) $[-2;3) \cup (3;4]$

3. A = -3 B = 5

4. a) $S = \{-6;5\}$ b) $S = \left\{-\frac{19}{2}\right\}$ c) $S = \{2;7\}$ d) $S = \varnothing$