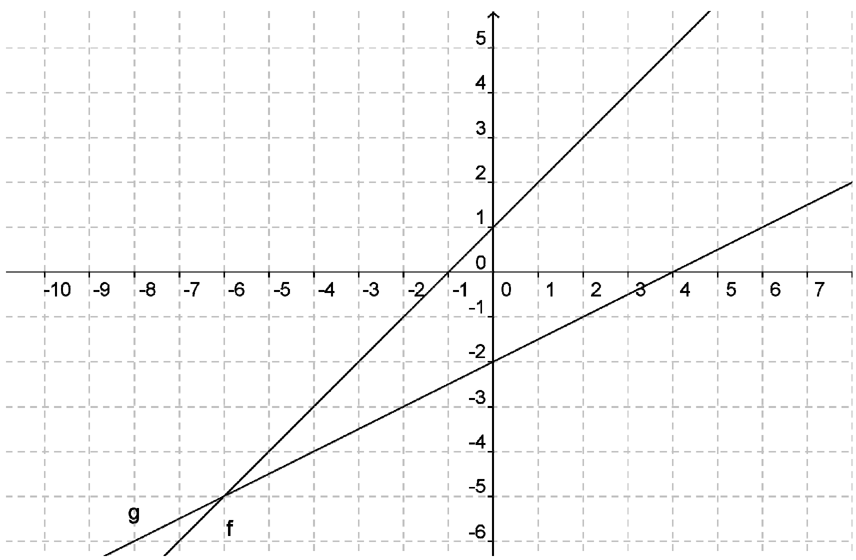
TRABAJO PRÁCTICO 3

Problema 1

Sean f y g dos funciones lineales, definimos la función $h(x)$ de la siguiente manera: para cada valor de x, $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.

A partir de los gráficos de $f(x)$ y de $g(x)$ que se dan a continuación:



a) Calculen el valor de $h(x)$ en cada caso:

i) h(0) =

ii) h(2) =

iii) h(6)=

iv) h(3)=

v) h(-2)=

vi) h(4)=

vii) h(-8)=

viii) h(4,5)=

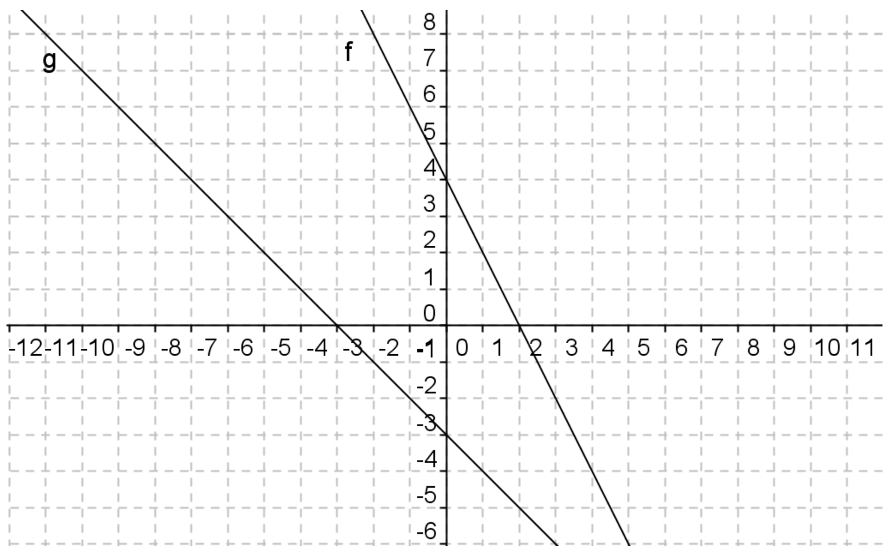
b) Decidan si $h(x)$ es negativa, positiva o cero:

i) h(-10) *ii) h(-20)* *iii) h(-1)* *v) h(5)* *v) h(-2,5)*

c) Propongan un gráfico aproximado de $h(x)$.

Problema 2

En el siguiente sistema de coordenadas se dan las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$, ambas funciones lineales.



Definimos: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$

a) Encuentren por lo menos 3 puntos que pertenezcan al gráfico de $h(x)$. *Propongan argumentos para fundamentar la respuesta.*

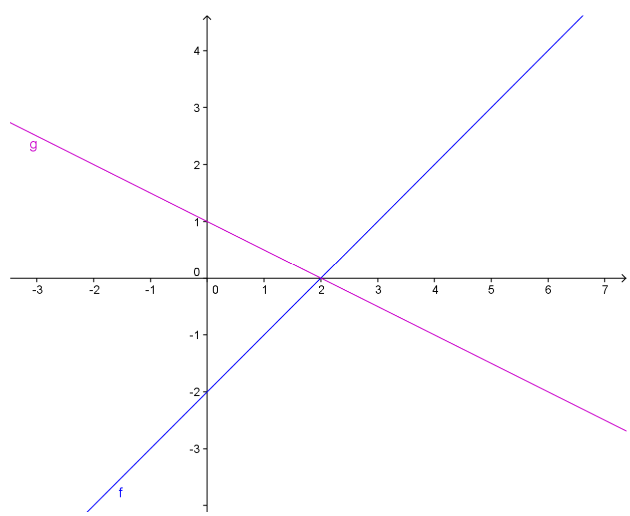
b) Establezcan el conjunto de valores de x *para los cuales la función* $h(x)$ *es positiva, negativa o cero.*

c) Tracen un gráfico aproximado de $h(x)$.

d) Den las coordenadas de los puntos de intersección de los gráficos de f y h.

Problema 3

En el siguiente sistema de coordenadas se dan la representación gráfica de $f(x)$ *y de* $g(x)$, *ambas funciones lineales. Definimos* $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.



a) Establezcan el conjunto de valores de x para los cuales la función $h(x)$ es positiva, negativa o cero.

b) Propongan un gráfico aproximado de $h(x)$.

Problema 4 Con GeoGebra

Escriban las fórmulas que correspondan a las funciones $f(x)$ y $g(x)$ del problema ***2****. Usen el software para graficarlas. Introduzcan la función producto $h(x) = f(x) * g(x)$.*

a) Hallar, si es posible, una recta paralela al gráfico de f de manera tal que al "multiplicarla" por g, la parábola "producto" no atraviese al eje de las x. Expliquen sus respuestas.

b) Hallar, si es posible, una recta paralela al gráfico de f de manera tal que la parábola que se obtiene "multiplicándola" por g no toque ni atraviese al eje de las x. Expliquen sus respuestas.

Problema 5

a) Propongan, si es posible, dos funciones lineales cuyo producto sea una función cuadrática que tenga mínimo y otras dos para que la función cuadrática tenga máximo. Si no hay, justifiquen la respuesta.

b) Busquen pares de rectas para que el mínimo de la parábola "producto" esté en el primero, en el segundo, en el tercero y en el cuarto cuadrante. Si no hay, justifiquen la respuesta.

c) Ídem con el máximo.

Problema 6

a) ¿Es cierto que siempre que "multiplicamos" dos rectas obtenemos una parábola?

b) ¿Cómo obtenemos los ceros, el conjunto de positividad y el conjunto de negatividad de la parábola a partir de los gráficos de las rectas?

c) ¿Es cierto que toda parábola puede ser escrita como el "producto" de dos rectas?

d) ¿Cómo deben ser las rectas para que su "producto" sea una parábola que tenga máximo? ¿Y mínimo?

e) ¿Cómo deben ser las rectas para que su "producto" sea una parábola con un cero doble? ¿Y con dos ceros simples?

Problema 7

a) *Se sabe que* $h(x) = -8x^2 - 4x + 24$ *es producto de dos funciones lineales* $g(x)$ *y* $f(x)$*. ¿Puede ser* $g(x) = 2x + 4$*? Si les parece que sí, encuentren* f*. Si les parece que no, justifiquen.*

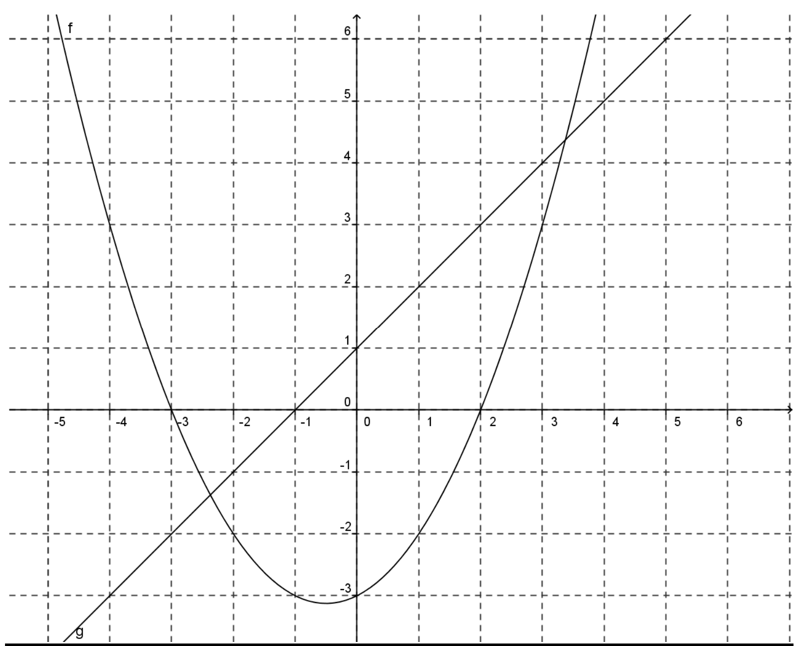
b) *Estudiar la misma situación del ítem a) si* $h(x) = 0{,}5x^2 + 1{,}5x - 9$ *y* $g(x) = x + 2$.

c) Si $h(x) = 2x^2 - 4x - 16$ *hallar, si es posible, dos funciones lineales* $f(x)$ *y* $g(x)$ *tales que* $h(x) = f(x).g(x)$.

Problema 8

Para hacer con lápiz y papel sin usar la computadora.

A continuación se dan los gráficos de $f(x)$ *y de* $g(x)$**.**



Consideremos la función producto $h(x) = f(x).g(x)$.

a) Calcular:

h (1) = *h(0) =* *h(-3) =* *h (-2) =* *h(3) =* *h(-4) =*

b) Decidir si h es positiva, negativa o cero en cada caso

h (6), *h (1,5),* *h(-4),* *h (0),* *h (-2,5),* *h (-20)* *c) Indicar ceros, el conjunto de positividad y el de negatividad.*

d) Graficar aproximadamente.

Problema 9   Con GeoGebra

a) Grafiquen la recta y la parábola del problema 8 buscando la fórmula de ambas y grafiquen la función producto h. Guarden este archivo.

b) *En un nuevo archivo vuelvan a graficar* $h(x)$. *¿Pueden expresar h como producto de 3 rectas? En caso de ser posible escriban la fórmula de las tres rectas que encontraron y grafiquen la función producto en la misma ventana para ver si se superpone con el gráfico de h. En caso de no ser posible justifiquen por qué. Guarden este archivo.*

c) *Abran el archivo que guardaron en a). Dejen fija la parábola y muevan la recta paralelamente a ella misma de tal manera que el producto h atraviese el eje x una sola vez. Guarden este archivo sin modificar el anterior (ir a "guardar como").*

d) Abran el archivo que guardaron en a). Dejen la recta fija y cambien la fórmula de la parábola para lograr que h tenga un cero simple y otro doble. Guarden este archivo sin modificar el anterior.

Problema 10   Con GeoGebra

Exploren con Geogebra si puede haber otras posibilidades para las raíces de una cúbica definida como producto de una parábola y una recta, ó como producto de tres rectas.

Problema 11

En cada caso, hallen si existe, la fórmula de una función cúbica h que verifique lo pedido. Si les parece que no hay expliquen por qué:

a) Las raíces son -5, -2 y 4 y h toma valores negativos para x mayores que 4.

b) Las raíces son -3, 2 y 8 y el gráfico de h corta al eje de las "y" en 12.

c) Las raíces sean solamente 2 y 7.

d) Las raíces sean solamente 0 y -1 y $h(1) = 10$.

La función que encontraron en cada caso, ¿es la única que cumple esas condiciones? Si creen que sí, justifiquen, y si creen que no, hallen al menos tres fórmulas diferentes.

Problema 12

Escriban, si existe, una fórmula de alguna función cúbica que verifique las condiciones que se piden en cada caso:

a) *que tenga un solo cero, y esté en* $x = 7$*;*

b) *que tenga un cero doble en* $x = -5$*;*

c) *que tenga ceros en* $x = -\frac{1}{5}$, $x = 3$, $x = -3$ *y en* $x = 0$*;*

d) *que no tenga ceros*

Problema 13

La función $h(x) = 4x^3 - 6x^2 - 22x + 12$ *es el producto de dos funciones* $g(x)$ y $f(x)$.

a) *¿Puede ser que una de ellas sea* $g(x) = 2x - 1$*? Si les parece que sí encuentren* f. *Si les parece que no, justifiquen.*

b) *¿Y si fuera* $g(x) = x - 1$*?*

c) *Si es posible, escribir* $h(x)$ *como producto de tres lineales. De no ser posible, expliquen por qué.*

Problema 14

Dadas las funciones:

$h_1(x) = x^3 - 2x^2 + x$ $\qquad$ $h_2(x) = -2x^3 + 2x^2 + 8x - 8$

$h_3(x) = 2x^3 - 2x^2 + 8x - 8$ $\qquad$ $h_4(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 2$

a) ¿Todas estas funciones tienen por raíz x = 1? Usando este dato busquen, si es posible, una recta y una parábola cuyo producto sea cada h.

b) Si es posible, escribir las funciones polinómicas dadas como producto de tres lineales. De no ser posible, expliquen por qué.

c) Realicen un gráfico aproximado de cada función h.

d) Graficar las mismas funciones con Geogebra y analizar diferencias y similitudes con el gráfico hecho "a mano".

Ejercitación de repaso:

1. Sea $p(x) = x^3 - 7x - 6$
   a. ¿Es posible escribir al polinomio p(x) de la forma $p(x) = (x+1)(x+2).q(x)$? ¿Por qué? ¿De qué grado es el polinomio q(x)? Hallar q(x).
   b. Hallar el conjunto de positividad de p(x).
   c. Analizar si es posible multiplicar $j(x) = x^2 - 2x - 3$ por la fórmula de otra función para obtener p(x).

   Rta: $q(x) = x - 3 \quad C_p^+ = (-2;-1) \cup (3;+\infty)$

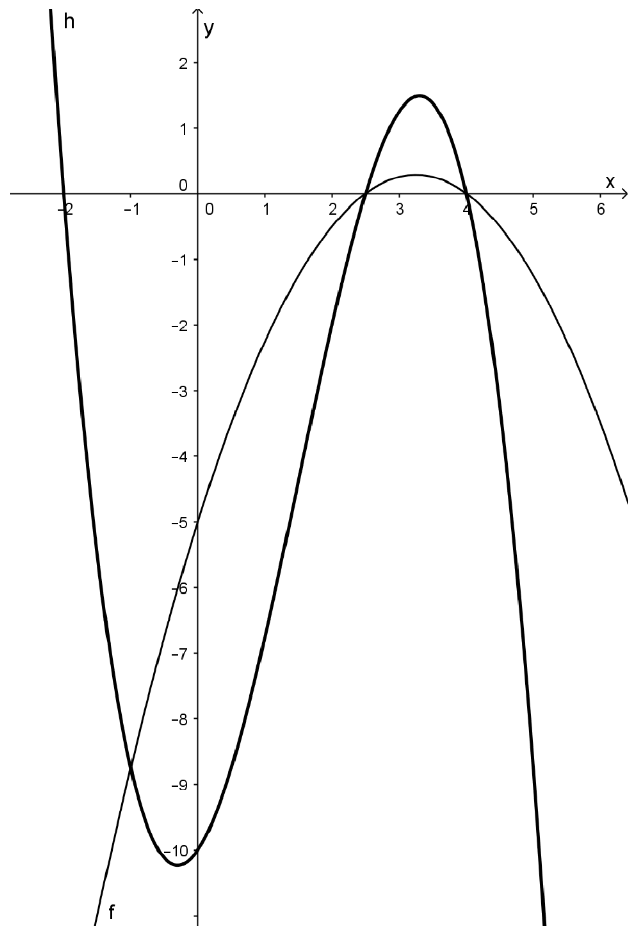
2. Sea $p(x) = -2x^3 + 14x + 12$
   a. ¿Es posible escribir al polinomio p(x) en la forma $p(x) = (x+1).m(x)$? ¿De qué grado es el polinomio m(x)? Hallar m(x).
   b. Hallar el conjunto de negatividad de p(x).
   c. Analizar si es posible multiplicar $q(x) = 2x^2 - 4x - 6$ por la fórmula de otra función para obtener p(x).

   Rta: $C_p^- = (-2;-1) \cup (3;+\infty)$

3. Hallar el conjunto de negatividad de $g(x) = x^3 + x^2 - \frac{7}{4}x + \frac{1}{2}$ si se sabe que x = ½ es una raíz doble.

   Rta: $C_g^- = (-\infty;-2)$

4. Proponer dos polinomios mónicos diferentes, de grado 3, cuya única raíz real sea -5.
5. Decidir si el polinomio $x^3 + 5x^2 - 2x - 10$ cumple con las condiciones del ejercicio anterior.
6. Hallar p(x), siendo $p(x).q(x) = x^3 + 1$ y q(x) un polinomio de grado 1.
7. Proponer una función cuadrática f(x) y una función lineal g(x) de modo tal que la función polinómica h(x)=f(x).g(x) tenga conjunto de positividad: $(1;3) \cup (3;+\infty)$.
8. Se muestra el gráfico de la parábola *f(x) que tiene* raíces 5/2 y 4 y el de la función h(x). Si h(x)=f(x).g(x), graficar g(x) y hallar la expresión desarrollada de h(x).



- Rta: $g(x) = x + 2 \qquad h(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{9}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 10$

Problema 15

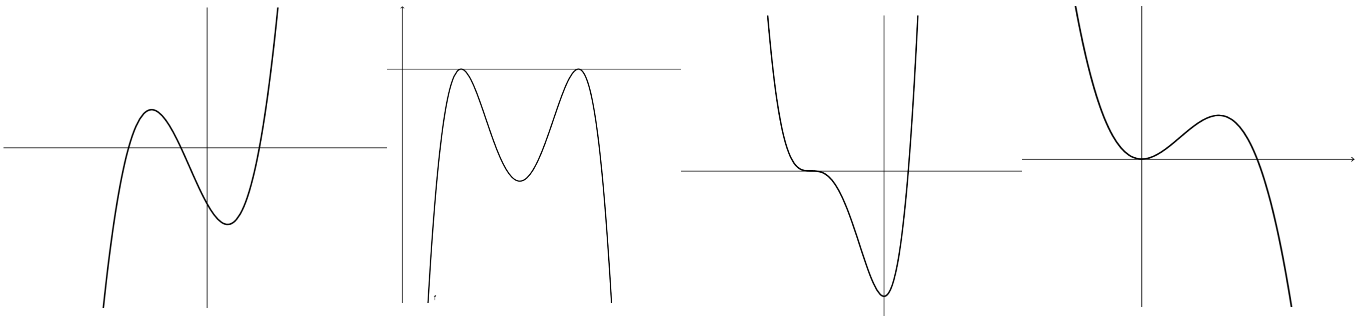
Exploren qué pasa si se "multiplican" las fórmulas de 2 parábolas.

Problema 16

1) Escriban una fórmula que pueda corresponder a cada una de las funciones representadas.

En cada caso, indiquen qué conocimientos han tenido en cuenta para armar la fórmula.

a) b) c) d)



2) Consideren las funciones

$$h(x)=\frac{1}{2}x^3-x^2-2x+4 \qquad y \qquad m(x)=x^3-2x^2+4x-8$$

Sabiendo que 2 es raíz de ambas, escriban cada función como producto de otras dos funciones. Después, si es posible, escríbanlas como producto de rectas y hagan un gráfico aproximado (sin tabla de valores). Indiquen conjuntos de positividad y de negatividad.

Problema 17

Abran un archivo de Word. Vayan respondiendo las preguntas en ese archivo.

1) Estudien todas las posibilidades para que una función de 5º grado tenga una sola raíz. Para cada caso, grafiquen con Geogebra las rectas y las parábolas que consideraron y también la función de 5º grado.

Escriban una de las posibilidades y a continuación peguen el gráfico que previamente copiaron de GeoGebra (en Edita, Copia la vista gráfica...) y así con cada una de las posibilidades hasta terminar. Hagan lo mismo para los ejemplos del Ítem 2. En todos los casos, previo al gráfico correspondiente escriban las fórmulas con las que trabajaron.

2) ¿Es posible que una función de 5º grado no corte ni toque al eje x? ¿Y una de 6º grado? Si es posible, muestren un ejemplo con GeoGebra. Si no es posible, expliquen por qué.