

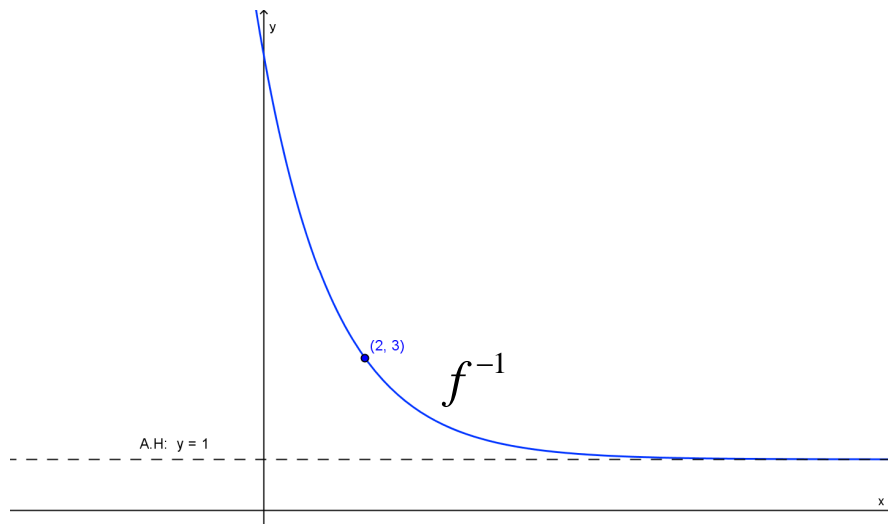


Guía de repaso: EVALUACIÓN INTEGRADORA – CUARTO AÑO

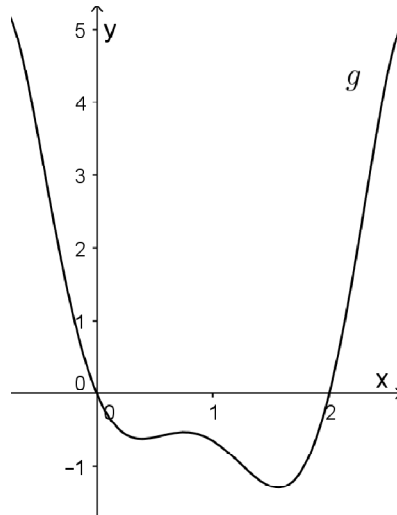
1. Sea $f : A \rightarrow B / f(x) = 3 \cdot 3^x - \frac{1}{9}$, se pide:
 - a) Hallar A y B de modo tal que f sea biyectiva y definir f^{-1} .
 - b) Graficar f . (Dar ecuaciones de las asíntotas e indicar intersecciones con los ejes).
 - c) Resolver la siguiente ecuación: $f(x) - 3^{-x} = -\frac{19}{9}$.
 - d) Redefinir f , de modo tal que $\text{Im}(f) = \left[-\frac{1}{9}, 0\right]$

2. Sea $f^{-1} : (-4, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R} / f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x+a}{2}\right) + b$ biyectiva y $(1; -2)$ un punto de f , se pide:
 - a) Determinar a y b .
 - b) Definir f .
 - c) Graficar ambas funciones en un mismo sistema de ejes coordenados.
 - d) Determinar las coordenadas de los puntos de intersección de los gráficos de f^{-1} y $t(x) = \log_2^2(x+4)$, siendo f^{-1} la función hallada en a).

3. El gráfico que se muestra a continuación corresponde a la inversa de una función logarítmica de base $1/2$ y se pide:
 - a) Definir f y f^{-1} .
 - b) Graficar f .
 - c) Hallar $x \in D_f / f(x) \geq 1$.



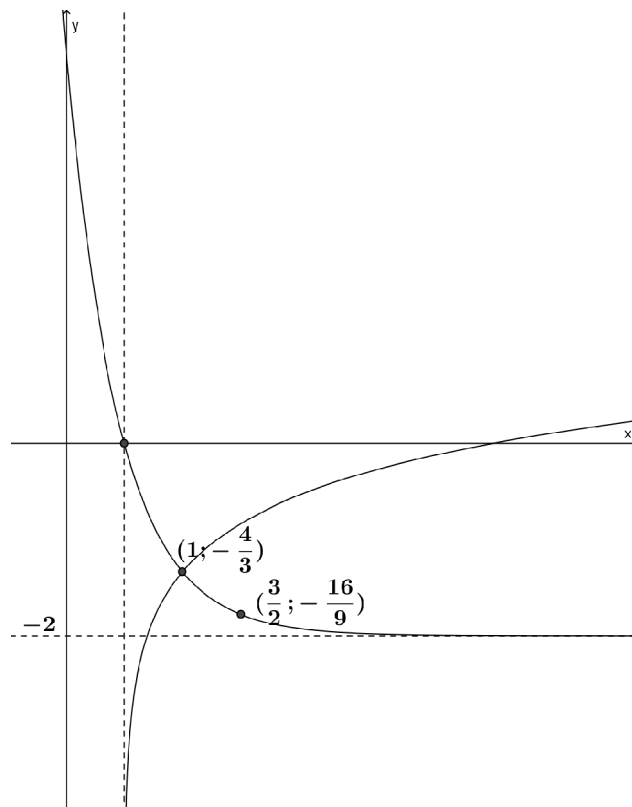
- d) Observando el gráfico de la función g , determinar el conjunto de negatividad de la función $g \circ f$.



4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow B / f(x) = 3^{x-1} + 1$, se pide:

- a) Hallar B, de manera que f sea biyectiva. Definir f^{-1} .
- b) Graficar f y f^{-1} . (Dar ecuaciones de las asíntotas e indicar intersecciones con los ejes).
- c) Resolver la siguiente ecuación: $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(f(x))$.
- d) Hallar $x \in \mathbb{R} / f(x) - 28 \geq 0$.

5. Se muestran los gráficos de una función logarítmica de base 4, una función exponencial y sus respectivas asíntotas con línea punteada. Dar la fórmula de cada función.

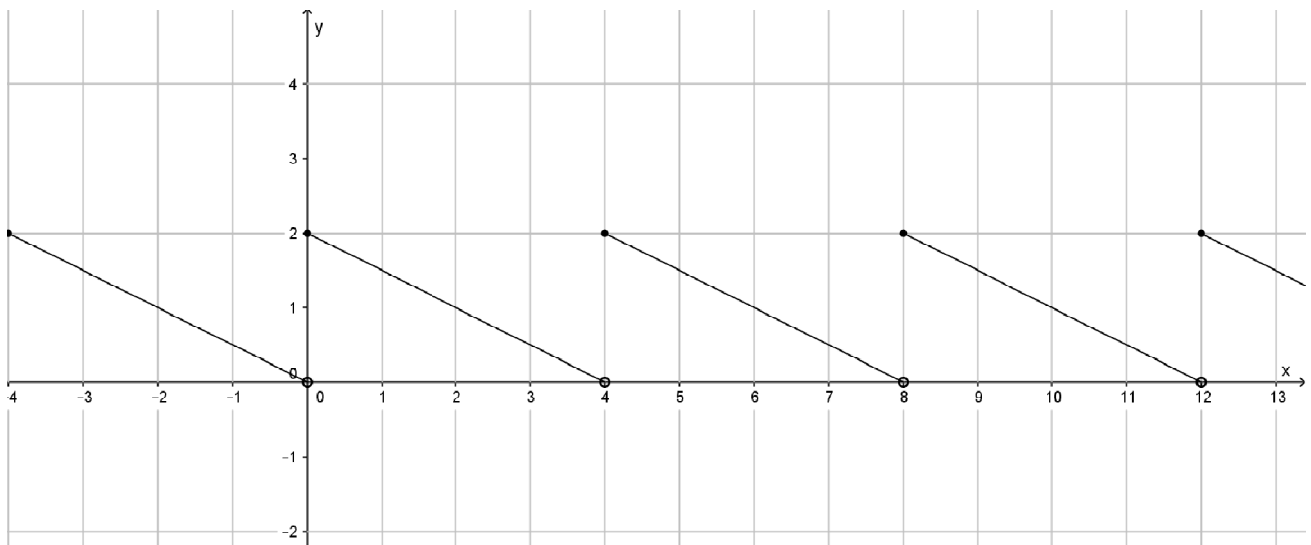




6. Dada la función $f : D \rightarrow R / f(x) = \log_2(x-1)^2 - \log_4(x-1) - 3$, se pide:
- Graficar f considerando D : dominio más amplio. (Sugerencia: considere la expresión simplificada de f)
 - Modificar el dominio considerado en a) de modo que $\text{Im}_f = \text{Im}_g$, siendo

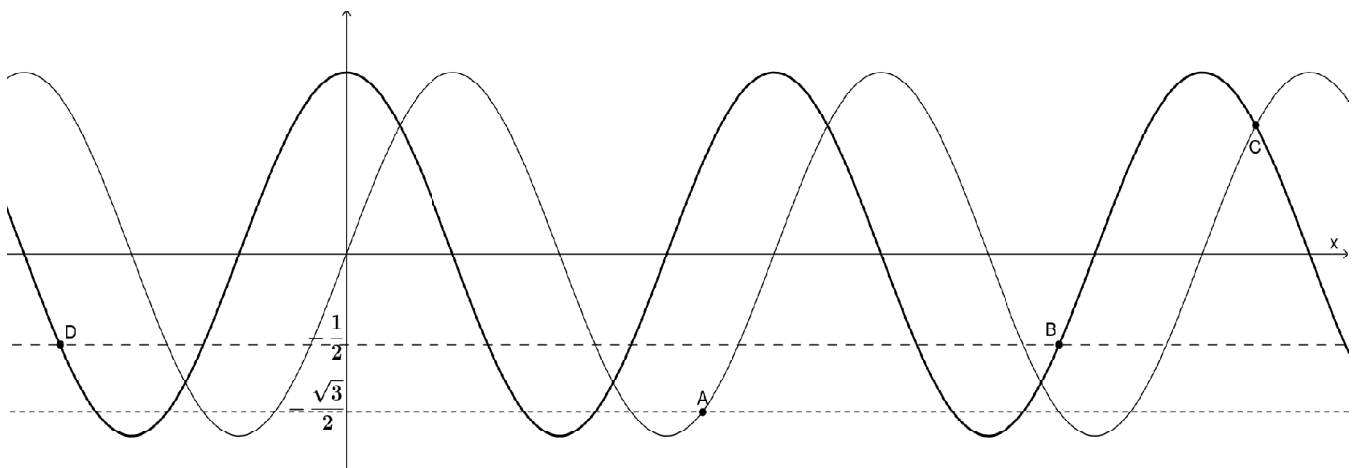
$$g : \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \rightarrow R / g(x) = -\left(\frac{9}{4}\right)^{-x} + \frac{3}{2}$$

7. Se muestra el gráfico de la función periódica f .



Se pide:

- Hallar todos los valores de $x \in [37; 45] / f(x) = 1$.
 - ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $f(x) = 2$ si $x \in [155; 209]$?
 - Calcular $f(49,5)$.
8. La imagen muestra los gráficos de las funciones seno y coseno. Determinar las coordenadas de los puntos A, B, C y D.





9. Resolver las siguientes ecuaciones en el dominio indicado:

a) $3\text{sen}^2(x) = 2 + \text{cos}^2 x \quad x \in [0; 2\pi]$

b) $\frac{\text{sen } x}{\text{cos } x} = \frac{2 - \text{cos } x}{\text{sen } x} \quad x \in [19\pi; 21\pi]$

c) $\frac{\text{cos}^2 x}{\text{sen } x} = \frac{3}{2} \quad x \in [-53\pi; 57\pi]$

d) $2 + \text{cos } x = 2\text{sen}^2 x \quad x \in [5\pi; 7\pi]$

e) $\text{sen } x - \text{cos } x = 0 \quad x \in R$

f) $\frac{5}{4} - \text{sen}^2 x = \text{cos } x \quad x \in R$

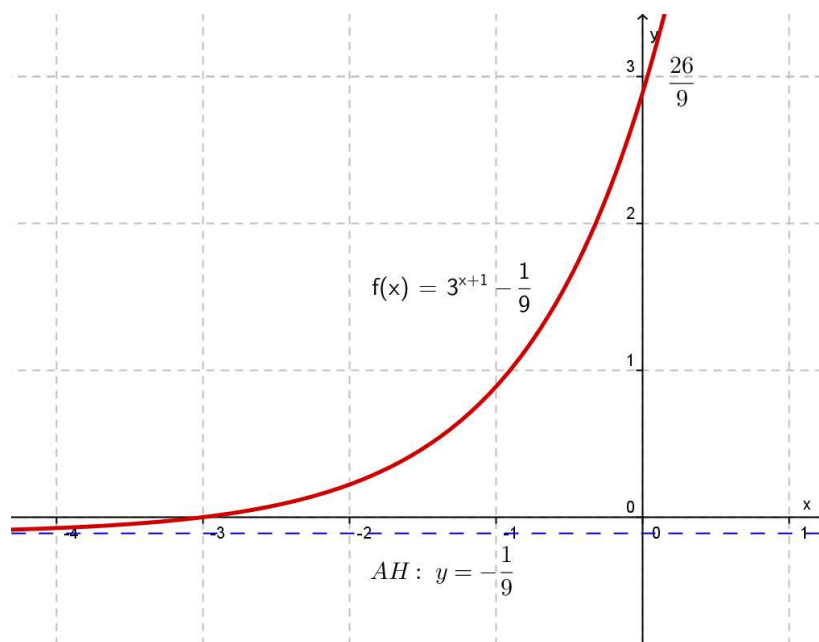
10. Proponer una ecuación cuya solución sea $S = \left\{ \frac{3\pi}{2} + k\pi \right\} \quad k \in Z$

11. Hallar todos los valores de $x \in [-\pi, 3\pi]$ tales que: $4(\log_2(\text{cos } x))^2 + \log_2(1 + \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x) = 3$

RESPUESTAS

1) a) $A = R, B = \left(-\frac{1}{9}, +\infty\right) \quad f^{-1} : \left(-\frac{1}{9}, +\infty\right) \longrightarrow R / f^{-1} = \log_3\left(x + \frac{1}{9}\right) - 1$

b)



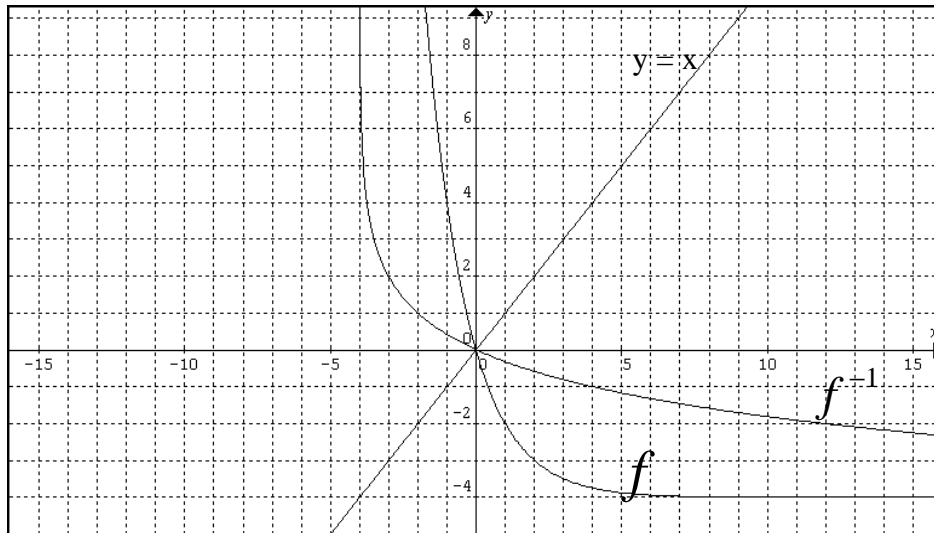


c) $S = \{-1\}$

d) $f : (-\infty, -3] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 3 \cdot 3^x - \frac{1}{9}$

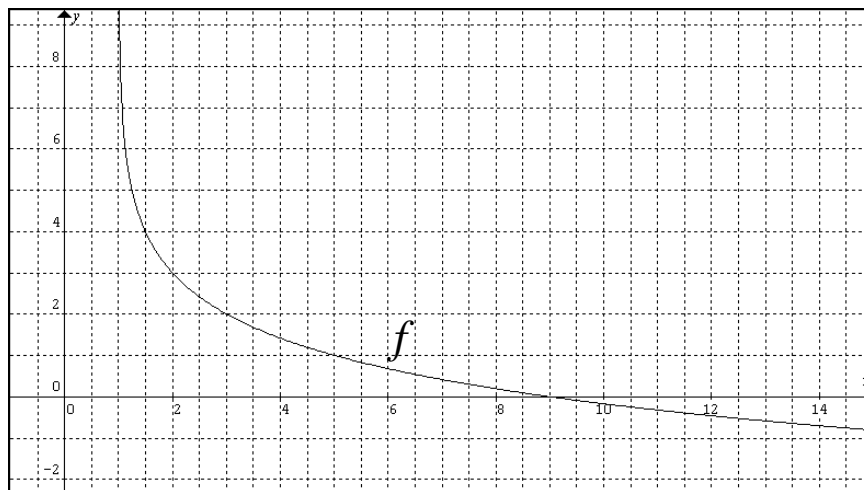
2) a) $a = 4, b = 1$ b) $f : \mathbb{R} \rightarrow (-4, +\infty) / f(x) = 2^{2-x} - 4$ d) $(-2, 1)$ y $\left(-\frac{15}{4}, 4\right)$

c)



3) a) $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 3$ $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow (1, +\infty) / f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + 1$

b)



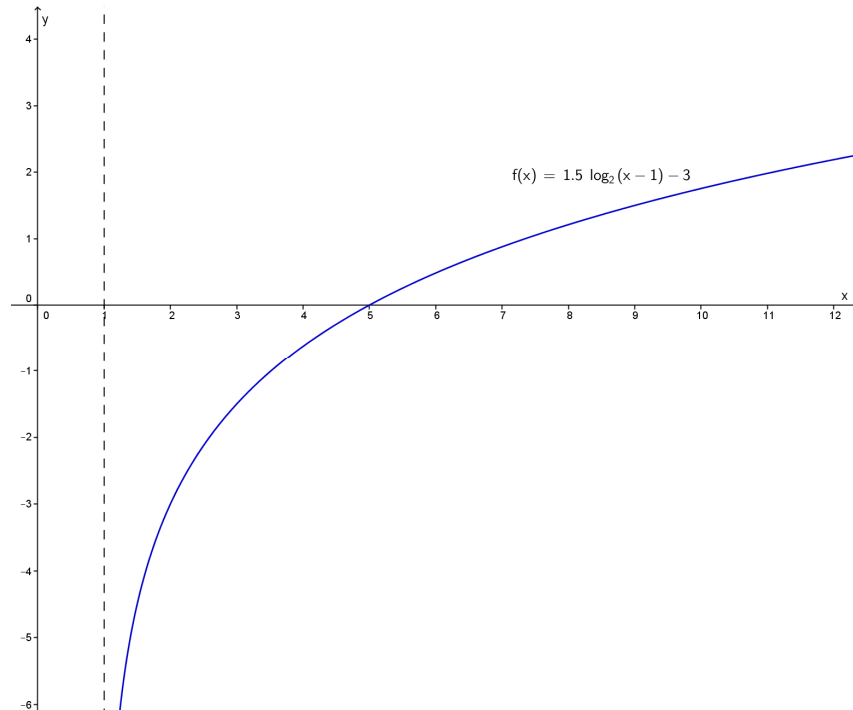
c) $(1, 5]$ d) $C_{g \circ f}^- = (3; 9)$

4) a) $B = (1, +\infty)$ $f^{-1} : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f^{-1}(x) = \log_3(x-1) + 1$ c) $S = \{1; 2\}$ d) $x \in [4; +\infty)$

5) $y = 6\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2$ $y = \log_4\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{6}$



6) a)



b) $D = [5; 9)$

7) a) $S = \{38; 42\}$ b) 14 soluciones c) $5/4$

8) $A = \left(\frac{5}{3}\pi; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $B = \left(\frac{10}{3}\pi; -\frac{1}{2}\right)$ $C = \left(\frac{17}{4}\pi; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $D = \left(-\frac{4}{3}\pi; -\frac{1}{2}\right)$

9) a) $S = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{59}{3}\pi; \frac{61}{3}\pi\right\}$ c) $S = \left\{-\frac{323}{6}\pi; -\frac{331}{6}\pi; -\frac{335}{6}\pi; -\frac{343}{6}\pi\right\}$

d) $S = \left\{\frac{16}{3}\pi; \frac{11}{2}\pi; \frac{13}{2}\pi; \frac{20}{3}\pi\right\}$ e) $S = \left\{\frac{1}{4}\pi + k\pi\right\} k \in \mathbb{Z}$ f) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2m\pi\right\} m, k \in \mathbb{Z}$

10) $\cos(x) = 0$

11) $S = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right\}$