FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS- ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Completar las tablas estableciendo las equivalencias entre el sistema sexagesimal y el circular.

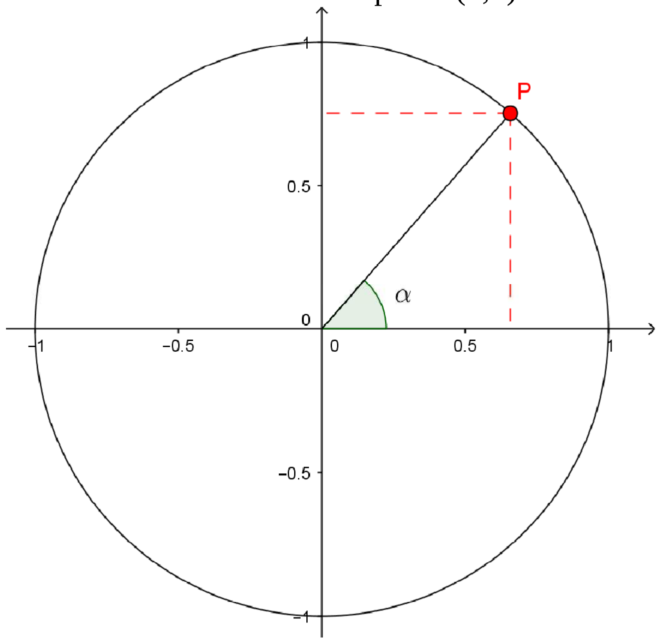
a)

sexagesimal	360º	330°	300°	270º				150°		120°	90º	60º		30º
circular	2π				$\frac{4}{3}\pi$	$7\frac{\pi}{6}$	π		$\frac{3\pi}{4}$				$\frac{1}{4}\pi$	

b)

sexagesimal	3000° 30´	-1250°		
circular			3	$\frac{\pi}{12}$

2. Se muestra una circunferencia de radio 1 con centro en el punto (0;0)



a) Construir un gráfico que represente la variación de la ordenada del punto P en función del ángulo α.

b) Resolver las siguientes ecuaciones:

b1) $\operatorname{sen}(\alpha) = 1;\ \alpha \in [0, 5\pi]$

b2) $\operatorname{sen}(\alpha) = 1;\ \alpha \in \mathbb{R}$

b2) $\operatorname{sen}(\alpha) = -\frac{1}{2};\ \alpha \in [-2\pi; 4\pi]$

b3) $\operatorname{sen}(\alpha) = -\frac{1}{2};\ \alpha \in [87\pi; 91\pi]$

3. a) Construir un gráfico que represente la variación de la abscisa del punto P en función del ángulo α.

b) Resolver las siguientes ecuaciones:

b1) $\cos(\alpha) = \frac{1}{2};\ \alpha \in [-2\pi, 5\pi]$

b2) $\cos(\alpha) = \frac{1}{2};\ \alpha \in [-68\pi; -64\pi]$

b3) $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2};\ \alpha \in \mathbb{R}$

4. Graficar $f(x) = tg(x)$

a) *¿Qué período tiene f(x)?*

b) Graficar utilizando GeoGebra las funciones f(x) = tan(x) y g(x) = 2sin(x), luego analizar la cantidad de soluciones que tiene la ecuación: $tg(x) = 2sen(x) \quad x \in [0;3\pi]$. Modificá la escala del eje x, definí una distancia de $\frac{\pi}{2}$
Nota 1: En GeoGebra la función seno se ingresa sin(x) y tangente, tan(x).
Nota 2: Para la escala en el eje x ir a Vista Grafica/ Eje x/distancia: pi/2.

c) Hallar las soluciones de la ecuación propuesta en b).

5. Resolver las siguientes ecuaciones para i) $x \in [0;2\pi]$ ii) $\mathbb{R}$:

a) $2 \cdot senx \cdot \cos x = senx \qquad x \in [-15\pi;-13\pi]$

b) $\cos x - 2 \cdot sen^2 x + 2 = 0 \qquad x \in [10\pi;12\pi]$

c) $2 \cdot \cos^2 x = senx - 1 \qquad x \in \mathbb{R}$

d) $\cot g^2 x = \cot gx \qquad x \in [21\pi;24\pi]$

e) $\frac{1}{tgx} + 1 = -1 - tgx \qquad x \in [0;2\pi]$

f) $3 \cdot \sec x + \sqrt{3} \cdot \cos ecx = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$

g) $\cot g^2 x = -1 + \sec^2 x \qquad x \in \mathbb{R}$

6. Resolver e indicar el conjunto solución en i) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right]$ ii) $\mathbb{R}$:

a) $-2 + \sqrt{3}\cos ecx = 0$

b) $\cos^2 x = \cos x$

c) $\frac{\sec x}{\cos x} - \frac{1}{2}\sec x = 0$

d) $\cos^2 x + \frac{1}{2}senx - \frac{1}{2} = 0$

e) $\sec(x) + tg(x) = 1$

f) $2\cos^2 x + 4\,\text{sen}^2 x = 3$

g) $(\text{tg}\, x - 1)(\text{tg}\, x + 3) = 2\,\text{tg}\, x$

h) $2\cos(x) + 2\sqrt{2} = 3\sec(x)$

i) $tg(x) - \cot g(x) = \cos ec(x)$

j) $3^{2\cdot|\cos(x)|} = \left(2 \cdot \sqrt{12} + 6 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} + 3 \cdot \sqrt{3}\right)^{\frac{2}{5}}$

7. Graficar, en cada caso, f(x) y g(x) en un mismo sistema de ejes cartesianos.

a) $f(x) = \text{sen}(x) \qquad g(x) = \text{sen}(2x)$

b) $f(x) = \text{sen}(x) \qquad g(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$

c) $f(x) = \cos(x) \quad g(x) = \cos(4x)$

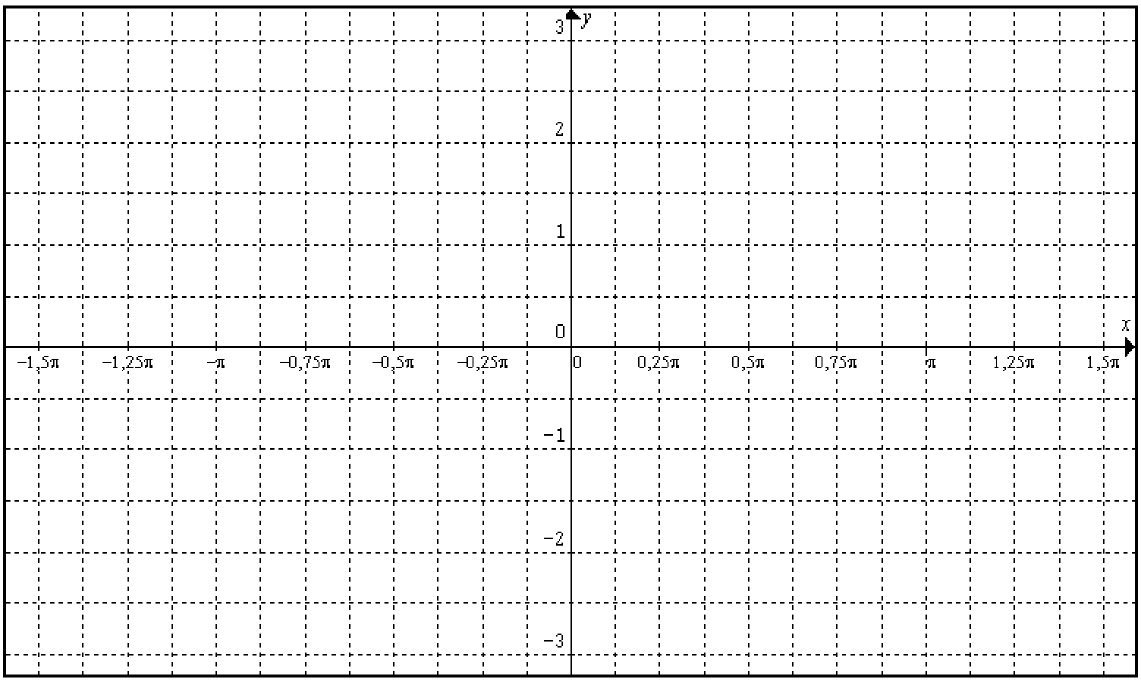
d) $f(x)=\cos(x) \quad g(x)=\cos\left(\frac{1}{3}x\right)$

8. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen}(2x)=1; \ x\in\mathbb{R}$ b) $\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)=1; \ x\in[53\pi, 58\pi]$ c) $\cos(4x)=0; \ x\in\mathbb{R}$

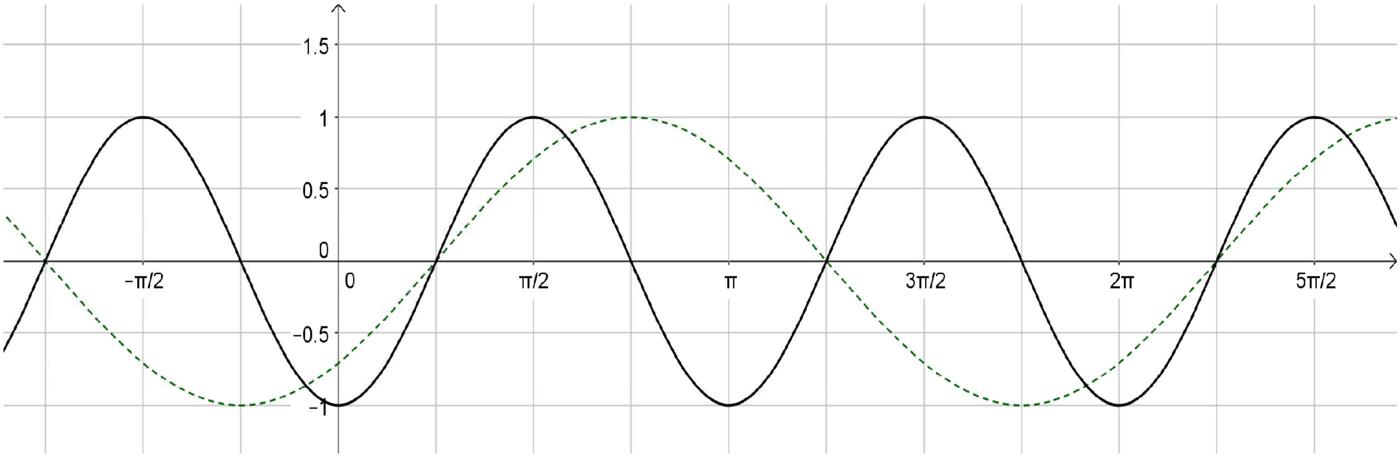
d) $\cos\left(\frac{1}{4}x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}; \ x\in[-28\pi, -17\pi]$

9. Graficar la función: $f:\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\longrightarrow R \,/\, f(x)=3sen(4x)$



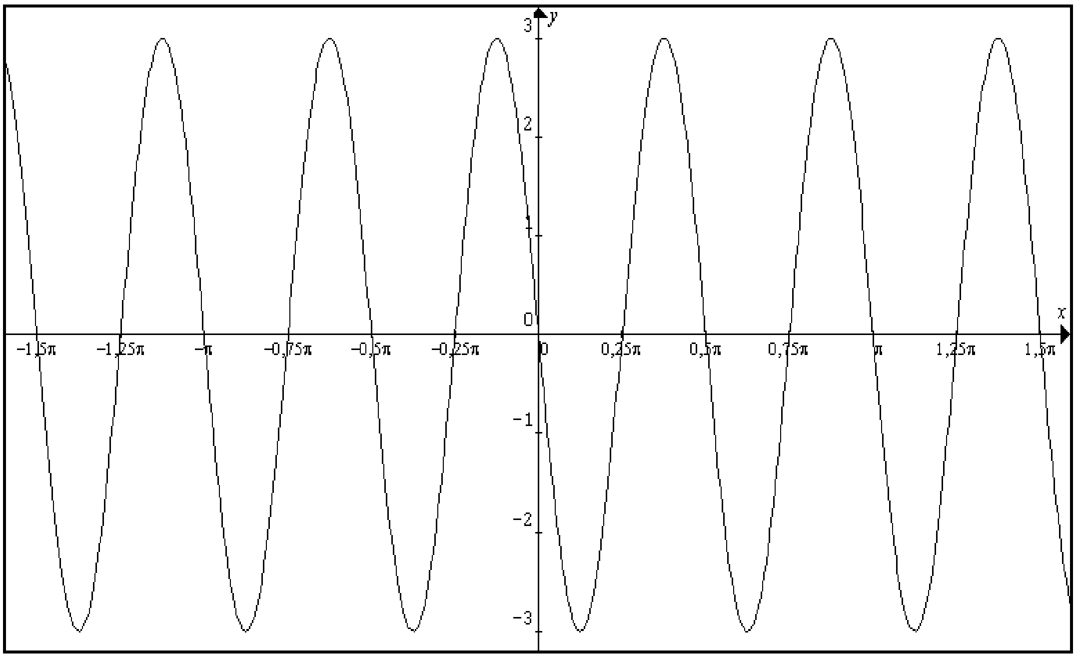
10. Graficar la función $g(x)=sen\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ ¿Qué diferencia observás con respecto al gráfico de $f(x)=sen(x)$?

11. Proponer una fórmula para cada uno de los gráficos que se muestran.

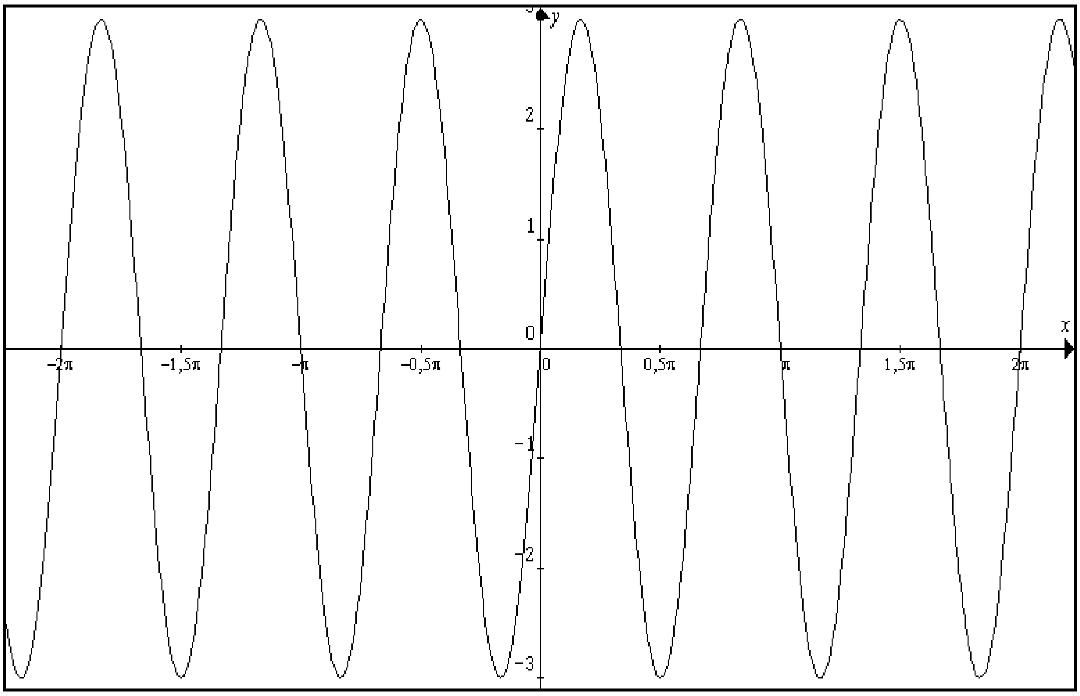


12. Dar una expresión para cada una de las funciones trigonométricas cuyos gráficos se muestran a continuación (Indicar en todos los casos, amplitud, periodo y ángulo de fase)

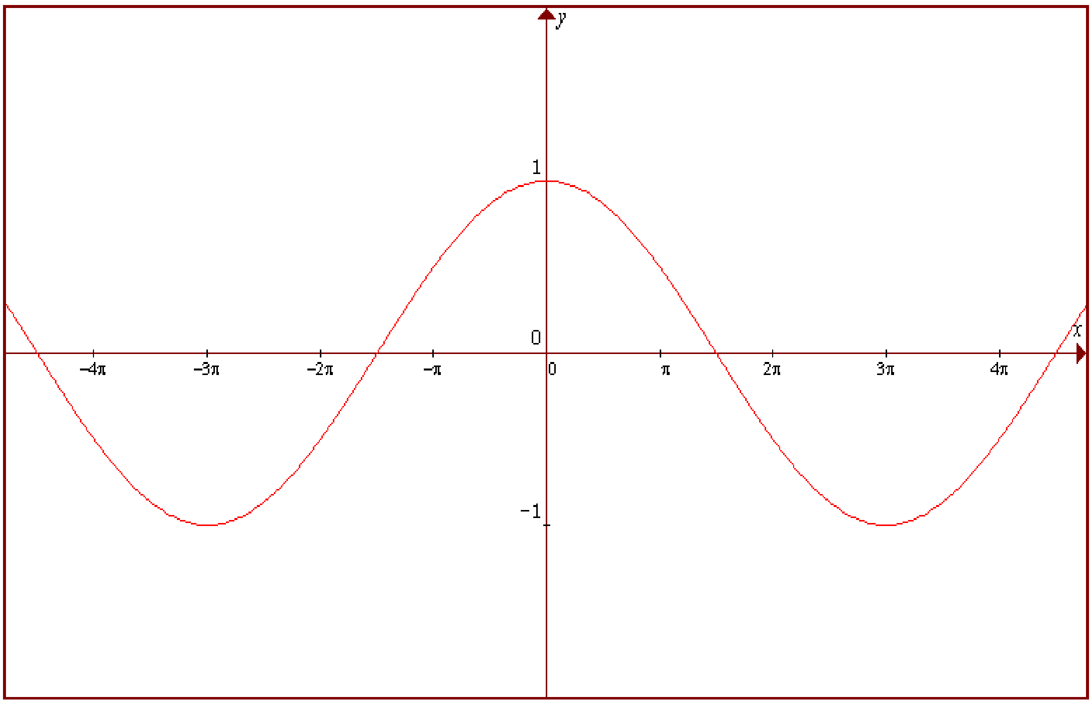
i)



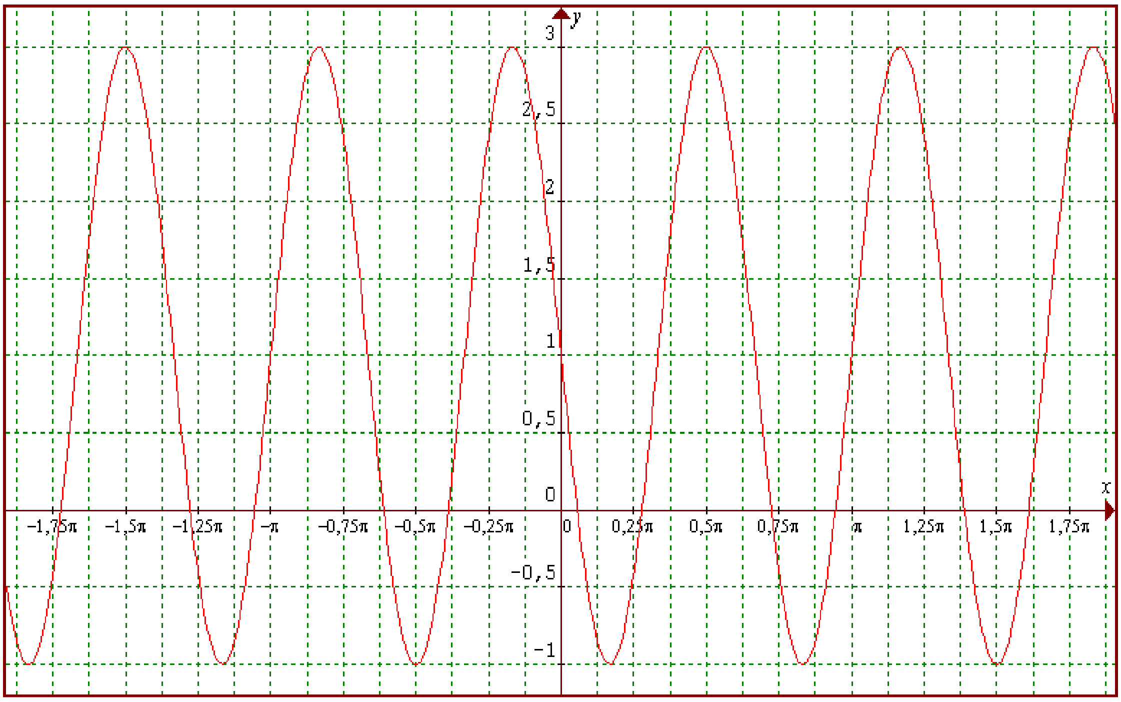
ii)



iii)



iv)



13. Sea $f:[-\pi;2\pi]\longrightarrow\mathbb{R}\,/\,f(x)=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$. Hallar $x\in Dom(f)\,/\,f(x)=-\dfrac{1}{2}$. Graficar.

14. Encontrar todos los ceros de la función: $f:[-\pi;\pi]\longrightarrow\mathbb{R}\,/\,f(x)=\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{3}{4}$

15. Sea $f:[0;2\pi]\longrightarrow\mathbb{R}\,/\,f(x)=4\cdot\text{sen}(3x)$. Hallar el conjunto solución de la siguiente inecuación: $4\cdot\text{sen}(3x)>0\,;\,x\in[0;2\pi]$. Graficar *f.*

16. Encontrar los ceros y los conjuntos de positividad y negatividad de la función $f:[-\pi;\pi]\rightarrow R\,/\,f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\cos(2x)$.

17. Sea $f:[0;2\pi]\rightarrow R\,/\,f(x)=3+2\cdot\text{sen}(2x)$. Hallar los valores del dominio, para los cuales $f(x)$ toma valores máximos. Graficar.

18. $F(t)$ representa el flujo de aire en litros por segundo inhalado y exhalado cuando respiramos en el tiempo t , y viene dado por $F(t)=2\cdot sen\left(\dfrac{2}{5}.\pi.t\right)$

Determinar para $0<t\leq 10$, en qué valores de t el flujo es máximo.

19. Indicar los ceros, el conjunto de positividad y el conjunto de negatividad de: $f:[0;2\pi]\rightarrow\mathbb{R}\,/\,f(x)=2\cdot\cos^2 x+\cos x$ en $[0;2\pi]$.

20. Sea $f:[0;3\pi]\rightarrow\mathbb{R}\,/\,f(x)=2\cdot\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$. Encontrar analíticamente todos los puntos en que el gráfico de $f(x)$ corta a la recta de ecuación $y=-1$. Graficar.

Respuestas:

1)

a)

sexagesimal	360°	330°	300°	270°	240°	210°	180°	150°	135º	120°	90°	60°	45º	30°
circular	2π	$\frac{11}{6}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$7\frac{\pi}{6}$	π	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{6}\pi$

b)

sexagesimal	3000° 30´	-1250°	171° 53´14´´	15°
circular	$\frac{6001}{360}\pi$	$-\frac{125}{18}\pi$	3	$\frac{\pi}{12}$

5) En todos los casos $k \in \mathbb{Z}$

a) $S = \left\{ -\frac{41\pi}{3}; -\frac{43\pi}{3}; -15\pi; -14\pi; -13\pi \right\}$

b) $S = \left\{ \frac{21\pi}{2}; \frac{23}{2}\pi; \frac{31}{3}\pi; \frac{32}{3}\pi; \frac{34}{3}\pi; \frac{35}{3}\pi \right\}$

c) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$

d) $S=\left\{\frac{85}{4}\pi;\frac{89}{4}\pi;\frac{93}{4}\pi\right\}$

e) $S=\left\{\frac{3}{4}\pi;\frac{7}{4}\pi\right\}$

f) $S=\left\{\frac{5}{6}\pi+k\pi\right\}$

g) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k}{2}\pi\right\}$

6)

a) i) $S=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k'\pi\right\}$

b) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{2};0;\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$ ii) $S=\left\{2k\pi;\frac{\pi}{2}+k'\pi\right\}$

c) $S=\phi$

d) i) $S=\left\{-\frac{1}{6}\pi;\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k'\pi;\frac{11}{6}\pi+2k''\pi\right\}$

e) i) $S=\{0\}$ ii) $S=\{2k\pi\}$

f) i) $S=\left\{-\frac{1}{4}\pi;\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{3}{4}\pi\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3}{4}\pi+k'\pi\right\}$

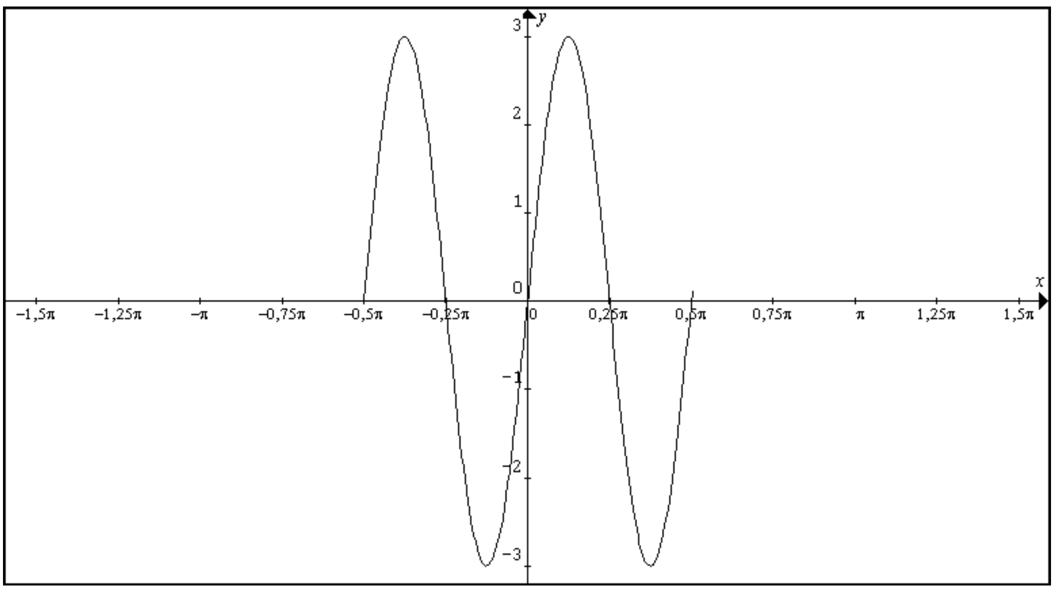
g) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k'\pi\right\}$

h) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k'\pi\right\}$

i) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k'\pi\right\}$

j) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{1}{3}\pi;\frac{2}{3}\pi;\frac{4}{3}\pi\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2}{3}\pi+k'\pi\right\}$

9)



12) i) $f(x)=3.\cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$ periodo: $\frac{1}{2}\pi$, amplitud: 3, ángulo de fase: $-\frac{1}{8}\pi$

$f(x) = -3sen(4x)$ periodo: $\frac{1}{2}\pi$, amplitud: 3, ángulo de fase: 0

$f(x) = 3sen(4x - \pi)$ periodo: $\frac{1}{2}\pi$, amplitud: 3, ángulo de fase: $\frac{1}{4}\pi$

ii) $f(x) = 3sen(3x)$ periodo: $\frac{2}{3}\pi$, amplitud: 3, ángulo de fase: 0

$f(x) = 3\cos\left[3\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right]$ periodo: $\frac{2}{3}\pi$, amplitud: 3, ángulo de fase: $-\frac{1}{2}\pi$

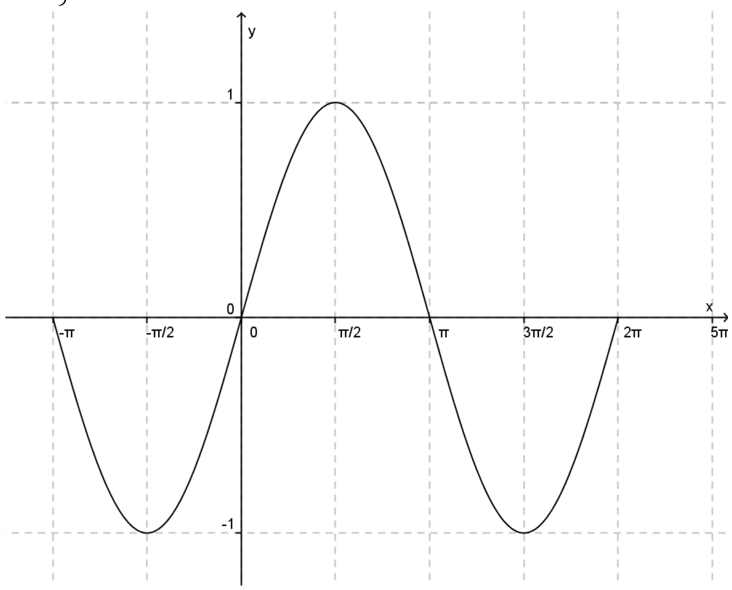
o $f(x) = 3\cos\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right)$ o $f(x) = 3\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$

iii) $f(x) = \mathrm{sen}\left(\frac{1}{3}\mathrm{x} + \frac{\pi}{2}\right)$ periodo: 6π, amplitud: 1, ángulo de fase: $-\frac{3}{2}\pi$ o $f(x) = \cos\left(\frac{1}{3}x\right)$

iv) $f(x) = 2.\cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ periodo: $\frac{2}{3}\pi$ amplitud: 2, ángulo de fase: $-\frac{1}{6}\pi$

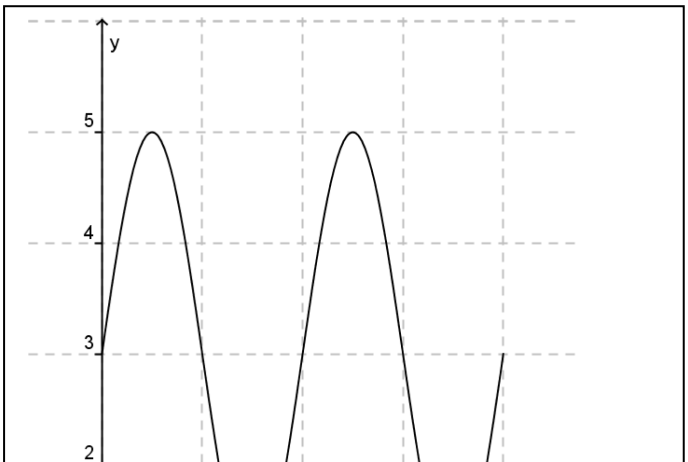
o $f(x) = 2.\mathrm{sen}\left(3x + \pi\right) + 1$

13) $S = \left\{-\frac{5}{6}\pi; -\frac{1}{6}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{11}{6}\pi\right\}$



14) $C^0 = \left\{\frac{5}{12}\pi; \frac{1}{12}\pi; -\frac{11}{12}\pi; -\frac{7}{12}\pi\right\}$

15) $S = \left(0; \frac{1}{3}\pi\right) \cup \left(\frac{2}{3}\pi; \pi\right) \cup \left(\frac{4}{3}\pi; \frac{5}{3}\pi\right)$



16) $C^{+}=\left(-\pi;-\frac{7}{12}\pi\right)\cup\left(-\frac{5}{12}\pi;\frac{5}{12}\pi\right)\cup\left(\frac{7}{12}\pi;\pi\right)$ $\qquad C^{-}=\left(-\frac{7}{12}\pi;-\frac{5}{12}\pi\right)\cup\left(\frac{5}{12}\pi;\frac{7}{12}\pi\right)$

$C^{0}=\left\{-\frac{7}{12}\pi;-\frac{5}{12}\pi;\frac{5}{12}\pi;\frac{7}{12}\pi\right\}$

17) $S=\left\{\frac{\pi}{4};\frac{5}{4}\pi\right\}$

18) $t=\frac{5}{4}$ y $t=\frac{25}{4}$

19) $C^{0}=\left\{\frac{1}{2}\pi;\frac{2}{3}\pi;\frac{4}{3}\pi;\frac{3}{2}\pi\right\}$ $\qquad C^{+}=\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{2}{3}\pi;\frac{4}{3}\pi\right)\cup\left(\frac{3}{2}\pi;2\pi\right)$ $\qquad C^{-}=\left(\frac{\pi}{2};\frac{2}{3}\pi\right)\cup\left(\frac{4}{3}\pi;\frac{3}{2}\pi\right)$

20) $S=\left\{\left(\frac{\pi}{6};-1\right);\left(\frac{5}{6}\pi;-1\right);\left(\frac{13}{6}\pi;-1\right);\left(\frac{17}{6}\pi;-1\right)\right\}$