



Universidad de Buenos Aires
Instituto Libre de Segunda Enseñanza

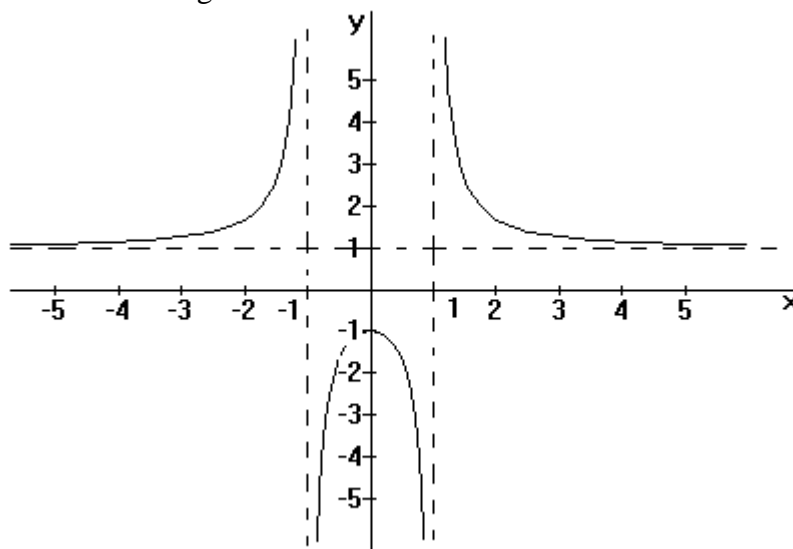
MATEMÁTICA

Guía de verano

1) Hallar la fórmula de función cuadrática g , que cumple las dos condiciones simultáneamente: 1) $g(1) = g(6) = 8$ 2) $g(0) = 20$

2) Se quiere que el conjunto imagen de la función g del ejercicio anterior sea $[0; +\infty)$ Modifique solo la segunda condición (ordenada al origen de g) para que esto ocurra.

3) Completar de acuerdo al gráfico:



- Dom $f = \dots\dots\dots$ • Im $f = \dots\dots\dots$
- $C^+ = \dots\dots\dots$ • $C^- = \dots\dots\dots$ • $C^0 = \dots\dots\dots$
- f crece en $\dots\dots\dots$ • f decrece en $\dots\dots\dots$
- $f_1 : (-\infty, -1) \rightarrow \dots\dots\dots$ biyectiva
- $f_2 : [0; \infty) - \{1\} \rightarrow \dots\dots\dots$ biyectiva

4) Determinar la ecuación de la recta perpendicular a la recta $y = -x + 3$, que pase por el punto de intersección de $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 4$ con $g(x) = -2x + 5$, sabiendo que la abscisa del punto de intersección es un número natural.

5) Dada $g(x) = x^2 + 2x - 3$, se pide:
 a) Determinar la función homográfica $f(x)$ tal que la asíntota vertical sea el eje de simetría de la función cuadrática $g(x)$; la asíntota horizontal corta al eje de las

MATEMÁTICA-ILSE

ordenadas en $y = 1$; además se pide que la función homográfica $f(x)$, pase por la menor de las raíces de $g(x)$.

b) Representar gráficamente la función homográfica $f(x)$.

6) Sea $f(x)$ una función polinómica de grado 3 tal que $f(-1) = 6$. Sabiendo que el gráfico de $f(x)$ pasa por el origen de coordenadas y que los ceros de $g(x) = x^2 - 3x - 10$ son también ceros de $f(x)$, hallar $f(x)$. Determinar el conjunto de positividad, de negatividad de $f(x)$.

7) Determinar el valor real de a , tal que $f^{-1}(0) = \frac{13}{2}$, sabiendo que $f(x) = \frac{4}{x-7} + a$.
Para el valor de a hallado, dar las ecuaciones de las asíntotas de $f(x)$.

8) Dada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 2 - e^{5-x}$, definir $f^{-1}(x)$, dominio y conjunto imagen de la función inversa.

9) Dada $f(x) = \frac{4x^2 - 8x + 1}{ax^2 - 10}$, determinar el valor real de a , de manera que la recta de ecuación $y = \frac{2}{5}$ sea asíntota horizontal de $f(x)$. Para el valor de a encontrado, escribir las ecuaciones de todas las asíntotas verticales de $f(x)$.

10) Determinar el valor real de a , tal que el máximo de

$f : [0; 4\pi] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 4\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - a$ sea 3. Para el valor de a encontrado, determinar todos los valores del dominio para los cuales $f(x)$ alcanza su valor máximo.

11) Determinar el conjunto de positividad de $f(x) = \sqrt{2 - 2 \cdot \text{sen}(x)}$ en el intervalo $\left(0; \frac{5}{2}\pi\right)$

12) Se está estudiando la evolución de una colonia de 100 roedores que habitan en una isla. A los 4 meses de comenzado el estudio se realiza un conteo y se detectan 560 roedores. Dadas las condiciones del medio se establece que no podrán convivir más de 2000 ejemplares.

a) ¿Qué fórmula modela la situación?

$$R_1(t) = \frac{2.000}{1+19e^{5t}} \quad R_2(t) = \frac{2.000}{1+19e^{0,5t}} \quad R_3(t) = \frac{2.000}{1+19e^{-0,5t}}$$

b) ¿La población de roedores superará los 2000 individuos?

13) Determinar los ceros de $f : [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 4 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 2$.

14) Dada $f(x) = a \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 5$, determinar el valor real de a, tal que

$\text{Im}_f = [2; 8]$. Con el valor de $a > 0$ encontrado, hallar un x sabiendo que $f(x) = 2$.

15) Dada la función polinómica $g(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 15x - 45$, se pide:

a) Teniendo en cuenta que g se puede escribir de la forma: $g(x) = (x^2 + 5) \cdot f(x)$.

Hallar $f(x)$

b) Proponga una función polinómica h que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

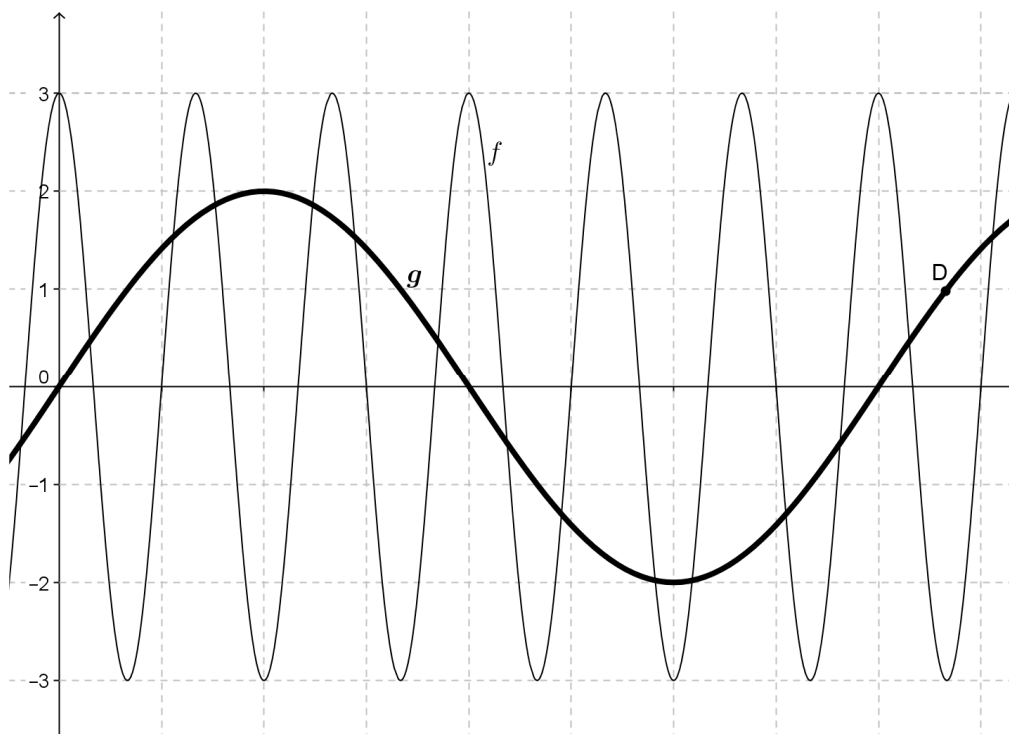
. grado 4 . $h^{-1}(27) = 0$. $h(1) = 0$. . $C_h^- = C_g^+$

c) Sabiendo que las gráficas de g y $f(x) = -2x^3 + ax^2 - 59x - 29$ se intersecan en un punto de abscisa 2 y otro de abscisa -4, hallar a y las coordenadas de todos los puntos de intersección.

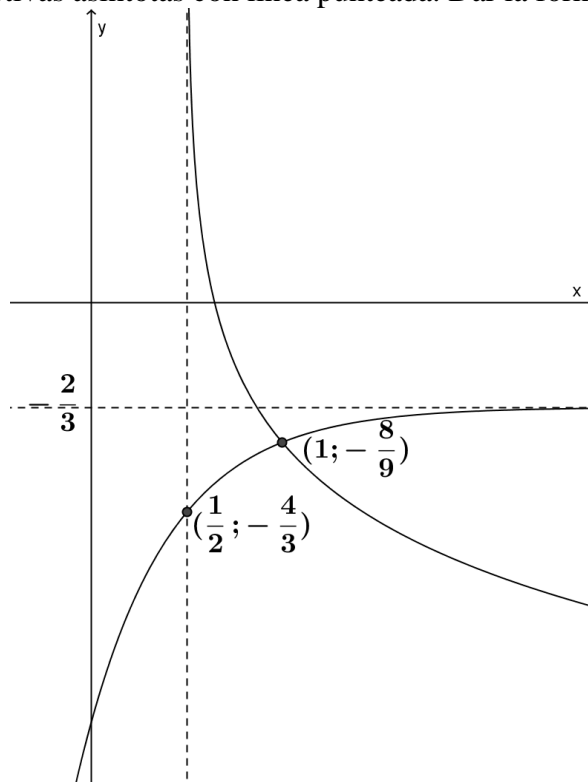
d) Hallar $x \in \mathbb{R} / g(x) > 0$.

16) La fórmula de uno de los gráficos que se muestran es $y = 2\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$.

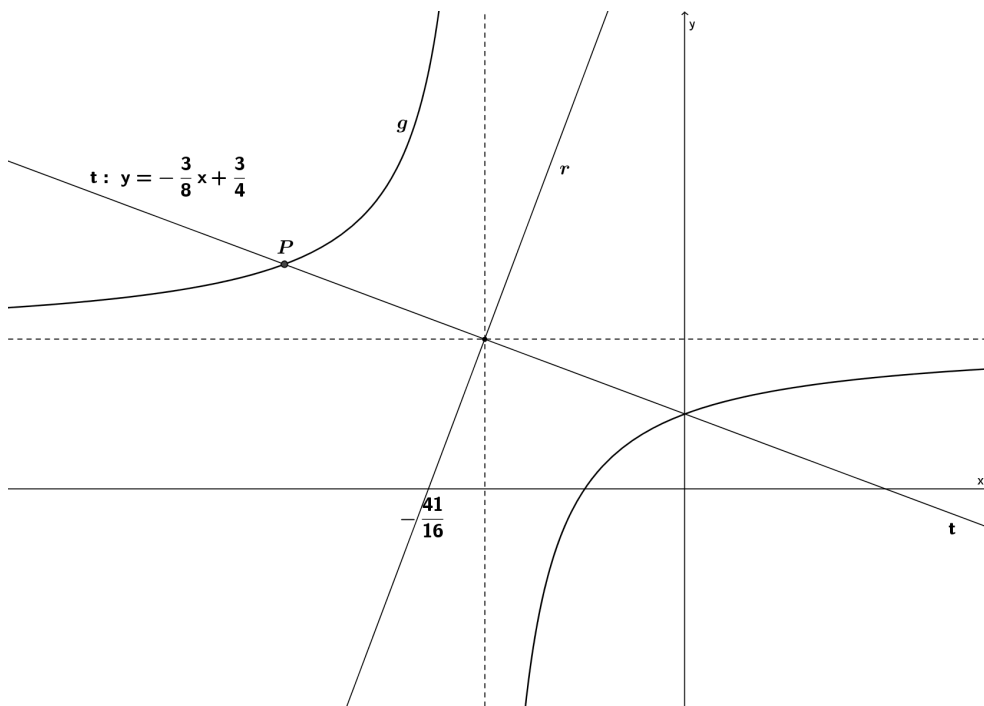
Determinar las coordenadas del punto D y una fórmula que corresponde al otro gráfico.



17) Se muestran los gráficos de una función exponencial, una función logarítmica de base 1/4 y sus respectivas asíntotas con línea punteada. Dar la fórmula de cada función.



18) El gráfico muestra dos rectas perpendiculares y una hipérbola con sus asíntotas. Determinar las coordenadas del punto P.

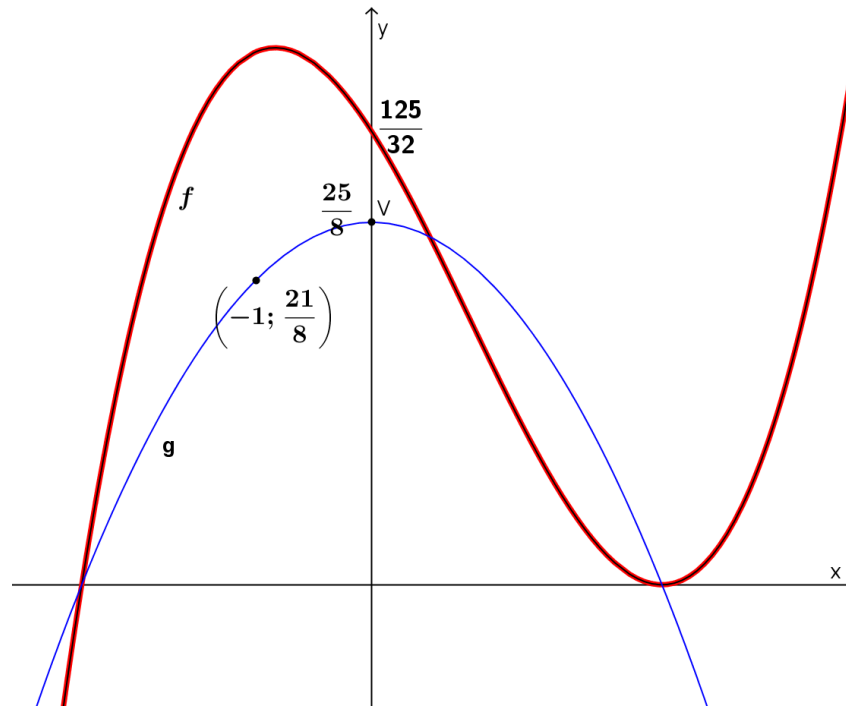


19) Hallar la ecuación de la recta que cumple simultáneamente:
 - su abscisa al origen es 2
 - interseca a la gráfica de $y = -x^2 + 2x - 1$ en un solo punto.

20) Dada $f : D \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 3x}{x^2 - x}$

- a- Dar la expresión simplificada de f .
- b- Hallar el conjunto de positividad y el conjunto imagen de f .
- b- Graficar f .

21) A continuación se muestra el gráfico de una función polinómica de grado 3 y una parábola. Determinar la fórmula de la función polinómica f .



22) Resolver las siguientes ecuaciones:

- a) $\log_5(x^2 - 8) = 5^{x+2} + 3.5^{x+1} - 40.5^x$
- b) $\log_3 x - \log_{27} 9x = 0$
- c) $(e^{\cos 3x} - \sqrt{e})(\ln(\operatorname{sen} x)) = 0 \quad x \in [0, 2\pi]$

RESPUESTAS

$$1) g(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

$$2) g(0) = \frac{392}{25}$$

$$3) a) \text{ Dom} = \mathbb{R} - \{1; -1\} ; \text{ Im} = (-\infty; -1] \cup (1; \infty) ; C^+ = (-\infty; -1) \cup (1; \infty) ; \\ C^- = (-1; 1) ; C^0 = \diamond \text{ Crece: } (-\infty; -1) \cup (-1; 0) ; \text{ Decrece: } (0; 1) \cup (1; \infty) \\ f_1: (-\infty, -1) \rightarrow (1; +\infty) \quad f_2: [0; \infty) - \{1\} \rightarrow (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$$

$$4) y = x + 2$$

$$5) f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

$$6) f(x) = x \cdot (x-5) \cdot (x+2) \quad C^+ = (-2; 0) \cup (5; \infty) \quad C^- = (-\infty; -2) \cup (0; 5)$$

$$7) a = 8 ; \quad A.V.: x = 7 ; \quad A.H.: y = 8$$

$$8) f^{-1}(x) = -\ln(-x+2)+5 ; \quad \text{Dom}_{f^{-1}} = (-\infty; 2) ; \quad \text{Im}_{f^{-1}} = \mathbb{R}$$

$$9) a = 10 ; \quad A.V.: x = 1; x = -1$$

$$10) a = 1 ; \quad x = \pi ; \quad x = 3\pi$$

$$11) C^+ = \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{5}{2}\pi\right)$$

$$12) a) R_3 \quad b) \text{ No superará los 2000 roedores.}$$

$$13) C^0 = \left\{ \frac{1}{12}\pi; \frac{5}{12}\pi; \frac{13}{12}\pi; \frac{17}{12}\pi \right\}$$

$$14) a = 3 \text{ o } a = -3 ; \quad x = \frac{3}{4}\pi$$

$$15) a) f(x) = 2x^2 - 3x - 9 \quad b) h(x) = -6\left(x + \frac{3}{2}\right) \cdot (x-3) \cdot (x-1)^2 \quad c) a = 25 \quad (2; -63)$$

$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{105}{4}\right) \quad (-4; 735) \quad d) x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (3; +\infty)$$

$$16) D = \left(\frac{13}{3}\pi; 1\right) \quad f(x) = 3\text{sen}\left(3x - \frac{3}{2}\pi\right) \text{ o } f(x) = 3\text{cos}(3x)$$

$$17) y = \log_{\frac{1}{4}} \left(x - \frac{1}{2} \right) - \frac{25}{18} \quad y = -2 \left(\frac{1}{9} \right)^x - \frac{2}{3}$$

$$18) P = \left(-4; \frac{9}{4} \right)$$

$$19) y = -4x + 8$$

$$20) a) f : \mathbb{R} - \{0;3\} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x^2 - 2x + 3 \quad C_f^+ = \mathbb{R} - \{0;1\} \quad \text{Im}_f = (2; +\infty)$$

$$21) f(x) = \frac{1}{4} \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 \left(x + \frac{5}{2} \right)$$

$$22) a) S = \{-3; 3\} \quad b) S = \{3\} \quad c) S = \left\{ \frac{\pi}{9}; \frac{5}{9}\pi; \frac{7}{9}\pi; \frac{11}{9}\pi; \frac{13}{9}\pi; \frac{17}{9}\pi \right\}$$