



*Universidad de Buenos Aires*  
*Instituto Libre de Segunda Enseñanza*

# **MATEMÁTICA**

*Guía de Verano*

1) Despejar x en las siguientes expresiones:

a)  $a^2 = \frac{1}{4}x^2 + b^2$

b)  $a = b - \frac{c \cdot x}{2}$

c)  $a = \frac{1}{2} \cdot b - \frac{1}{3} \cdot x$

d)  $a = \frac{2 \cdot b}{c + 2 \cdot x}$

e)  $a = b \cdot c + \frac{c \cdot x}{2}$

f)  $a = \frac{2x}{b + 2x}$

2) Resolver las siguientes ecuaciones en R:

a)  $(2x-3)^2 - 2 \cdot (x+2) \cdot (2x-3) = \frac{x}{5}$

b)  $\sqrt{(5x+7)^2} \cdot (7x-2) \cdot (x^3-25x) = 0$

c)  $x^3 = x$

d)  $2 \cdot x^5 \cdot x^4 \div (x^3)^5 = x^{-4} \cdot 8$

e)  $(3x-1)^3 \cdot (3x-1)^2 = 16 \cdot (3x-1)^7$

f)  $|2 \cdot (x-0,2) - 4x| + 3 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \left(1 - \frac{4}{5}\right)^{-1} + 0,2$

g)  $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3} + (-2)^2}{\sqrt[3]{-1-3}} = \frac{\sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} - 3x}{0,5x + [1 + 0,4 \cdot (-2)]}$

3) Escribir sin radicales:

a)  $\sqrt{(x-1)^2}$

b)  $\sqrt{(2-\pi)^2}$

c)  $\sqrt[5]{(x+6)^5}$

4) Resolver sin calculadora, expresar el resultado en forma exacta:

a)  $\sqrt{(1,4 - \sqrt{2})^2} + |-1,4| =$

$$b) \sqrt{(\sqrt{3}-1,8)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1,8)^3} =$$

5) Expresar utilizando intervalos, el conjunto de valores de x para el cual las siguientes expresiones corresponden a números reales:

a)  $\sqrt{3x}$

b)  $2 \cdot \sqrt{x^{-1}}$

c)  $\sqrt{-x^3}$

d)  $\sqrt{(1-x)^4}$

e)  $\sqrt{(-x)^2}$

f)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

6) Resolver los siguientes problemas, planteando la correspondiente ecuación:

a) Un número es 4 unidades menor que otro. La suma de ambos números es 16. ¿Cuáles son esos números?

b) ¿Cuál es el número que disminuido en un 15% da por resultado 595?

c) Dividir el número 18 en tres partes sabiendo que la primera es igual al triple de la segunda, y la tercera es igual a la cuarta parte de la diferencia entre las dos primeras.

d) La suma de cuatro números impares consecutivos 512. ¿Cuáles son dichos números?

e) Un viajero gastó el primer día de su estadía en EEUU,  $\frac{1}{5}$  de su dinero, el segundo día gastó  $\frac{1}{2}$  del resto, y aún le quedan 200 dólares. ¿Con cuánto dinero contaba?

f) El numerador de cierta fracción es 5 unidades mayor que el denominador. Si el numerador disminuye en 9 unidades, y el denominador aumenta una unidad, la fracción es  $\frac{1}{2}$ . ¿Cuál es la fracción?

g) En una biblioteca hay 7 libros en inglés por cada 3 libros en francés, si hay 440 libros en inglés más que en francés. ¿Cuántos libros en cada idioma hay?

h) Hallar un número de dos cifras sabiendo que la suma de las mismas es 12 y que si se invierte el orden de sus cifras, el número aumenta 54 unidades.

Matemática –ILSE

i) Cuando Catalina nació su mamá tenía 28 años, y actualmente la razón de sus edades es  $\frac{10}{3}$ .

a) Calcular la edad actual de cada una.

b) Dentro de cuántos años sus edades serán proporcionales a  $\frac{12}{5}$ .

7) Resolver en  $\mathbb{R}$  las siguientes inecuaciones:

a)  $|x| \leq 4$

l)  $(5x + 2) \cdot (2x - 7) < 0$

b)  $|x| \geq 4$

m)  $(3x + 2) \cdot (4x + 5) \geq 0$

c)  $|x - 2| \leq 3$

n)  $(2 - 3x) \cdot (4x + 5) \leq 0$

d)  $|x + 4| \leq 2,5$

o)  $\frac{x - 5}{x + 2} \leq 0$

e)  $|x - 2| \geq 4$

p)  $\frac{x - 5}{x - 5} \geq 0$

g)  $2 \cdot |x + 4| \leq 2,5$

q)  $\frac{x - 1}{|x - 2|} \geq 0$

h)  $3 + 4 \cdot |5x + 4| \leq 7,5$

r)  $\frac{|x - 3|}{x - 1} \leq 0$

i)  $-3 \cdot |2x + 2| \leq 6$

s)  $\frac{2 - x}{|1 + x|} > 0$

j)  $2,5 - |5x + 1| \leq 2,5$

k)  $(2x - 3) \cdot (x + 5) > 0$

8) Determinar el dominio de las siguientes funciones y la intersección con el eje de las ordenadas:

a)  $f(x) = \frac{3}{3x - 4}$

b)  $f(x) = \sqrt{(x - 1) \cdot (x + \sqrt{2})}$

$$c) f(x) = \sqrt{-2 \cdot (x-3) \cdot (x+6)}$$

$$d) f(x) = \sqrt{\frac{-9x+10}{2x-3}}$$

$$e) f(x) = \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{\sqrt{8x+16}}$$

$$f) f(x) = \sqrt{\frac{x^2-2}{|2-x|}}$$

Para la función del ítem c) decidir si es posible conocer su conjunto de positividad, negatividad, intervalo de crecimiento e imagen.

9) El triángulo  $\triangle ABC$  es equilátero inscrito en una circunferencia de radio  $x$ .

Hallar:

- El lado en función del radio.
- El perímetro en función del radio.
- El área en función del radio.
- Indicar cuales de las funciones anteriores son de proporcionalidad directa inversa o nada.

10) Sabiendo que ABCD es un rectángulo,  $\overline{AC}$  es la diagonal. El cuadrilátero ACPM es cuadrado El perímetro de ABCD es 33cm y  $\overline{AD}$  es  $\frac{5}{6}$  de  $\overline{CD}$ . Hallar el área del cuadrado ACPM:. Dibujar la figura.

11) En el rombo ABCD, las diagonales se cortan en el punto O. Sabiendo que  $\overline{BO} = x$ ,  $\overline{OC} = x - 4cm$  y  $\overline{BC} = x + 4cm$ . Calcular el valor de  $x$  y el perímetro del rombo.

12) En el triángulo rectángulo  $\triangle ABC$ , rectángulo en A, el cateto  $\overline{AB}$  es igual a 3,6 cm, y el cateto  $\overline{AC}$  es igual a  $\frac{4}{5}$  de la hipotenusa.

- Calcular la medida del cateto  $\overline{AC}$  y de la hipotenusa.
- Calcular las amplitudes de los ángulos agudos del triángulo

13) Dada  $f : R \rightarrow R / f(x) = -2x^2 + 8$  se pide:

- Determinar las intersecciones con los ejes cartesianos y graficar  $f(x)$ .

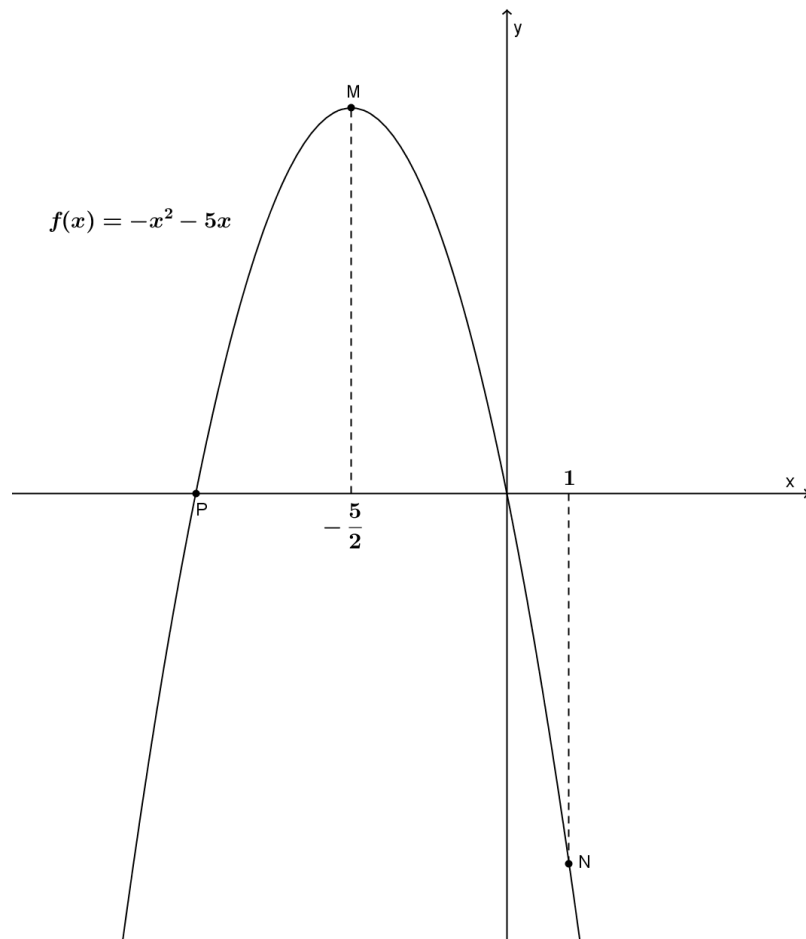
- b) Indicar intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- c) Determinar el o los valores de  $x$ , tales que  $f(x) = -10$ .

14) En el conjunto de los rectángulos tales que la diagonal es igual a los  $\frac{13}{12}$  de la base:

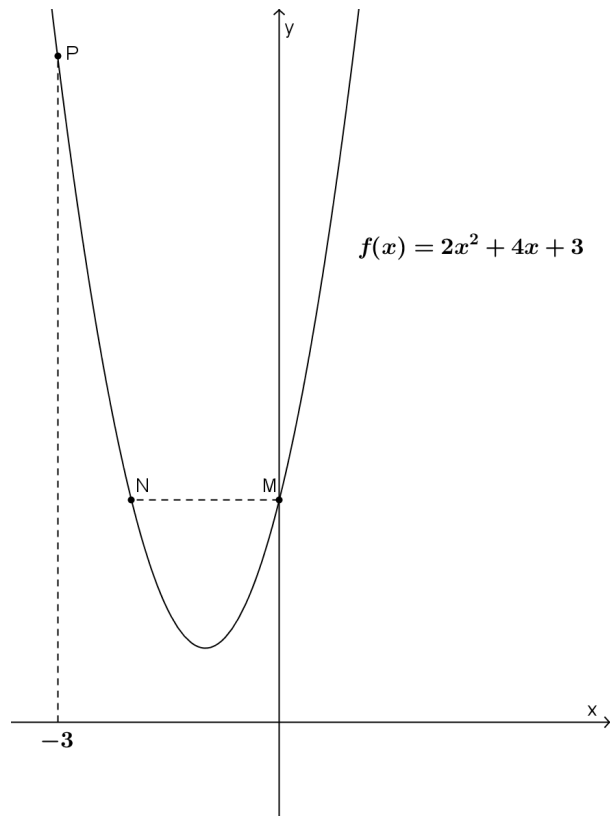
- a) Determinar la función que permite calcular el perímetro en función de la base.
- b) Indicar si es función de proporcionalidad directa, inversa o nada.

15) Determinar en cada caso, las coordenadas de los puntos M, N y P.

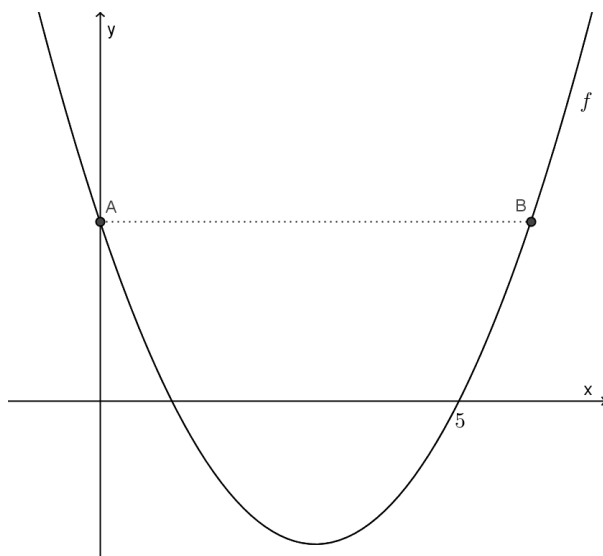
a)



b)

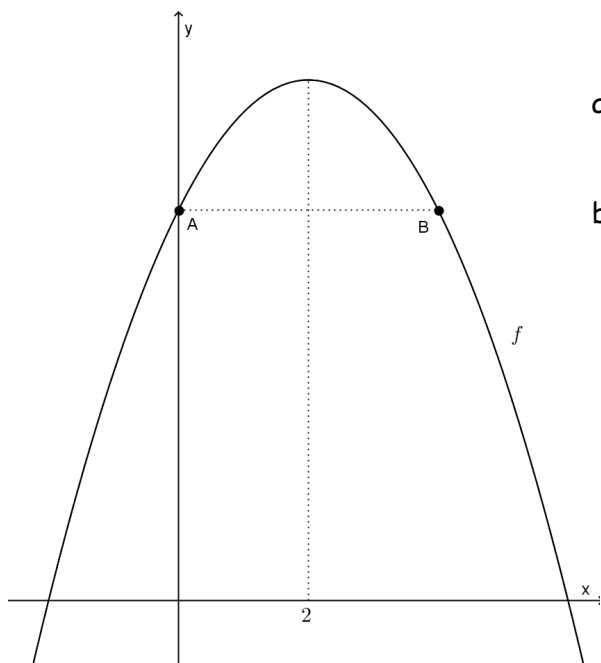


16) Se muestra el gráfico de la función cuya fórmula es  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + ax + \frac{5}{2}$  y se pide:



- a) Hallar a.
- b) Determinar las coordenadas de los puntos A y B.

17) Se muestra el gráfico de la función cuya fórmula es  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$  y se pide:



- Determinar las coordenadas de los puntos A y B.
- Hallar el conjunto imagen de f.

18) Observando la siguiente figura resolver en cada caso:

a) Datos conocidos:

$$\overline{CD} = 10 \text{ cm. } \overline{AB} = 4 \text{ cm. } \hat{ADC} = 25^\circ$$

Incógnitas:  $\hat{BCD}$ ,  $\overline{DB}$ ,  $\overline{BC}$

b) Datos conocidos:

$$\overline{BD} = 10 \text{ cm. } \hat{ABC} = 60^\circ \hat{ADC} = 45^\circ$$

Incógnitas:  $\hat{BCD}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$

c) Datos conocidos:

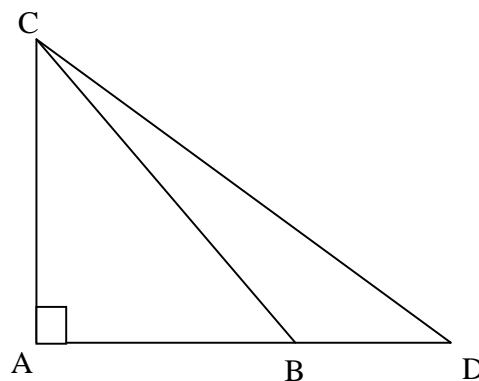
$$\overline{BC} = 20 \text{ cm. } \hat{ACB} = 30^\circ \hat{BCD} = 25^\circ$$

Incógnitas:  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\hat{BDC}$

d) Datos conocidos:

$$\overline{BD} = 10 \text{ cm. } \hat{ABC} = 60^\circ \hat{ADC} = 40^\circ$$

Incógnitas:  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{BD}$





RESPUESTAS

1) a)  $|x| = 2 \cdot \sqrt{a^2 - b^2}$

b)  $x = \frac{(b-a) \cdot 2}{c}$

c)  $x = \left(\frac{1}{2} \cdot b - a\right) \cdot 3$

d)  $x = \left(\frac{2 \cdot b}{a} - c\right) \div 2$

e)  $x = \frac{(a-b \cdot c) \cdot 2}{c}$

f)  $x = -\frac{a \cdot b}{2 \cdot (a-1)}$

2) a)  $x = \frac{105}{71}$  ; b)  $S = \left\{-\frac{7}{5}; \frac{2}{7}; 0; 5; -5\right\}$  ; c)  $S = \{0; 1; -1\}$  ; d)  $S = \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$  ;

e)  $S = \left\{\frac{5}{12}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right\}$  ; f)  $S = \left\{-\frac{8}{5}; \frac{6}{5}\right\}$  ; g)  $x = \frac{4}{5}$

3) a)  $|x-1|$  ; b)  $\pi-2$  ; c)  $x+6$

4) a)  $\sqrt{2}$  ; b) 0

5) a)  $[0; \infty)$  ; b)  $(0; \infty)$  ; c)  $(-\infty; 0]$  ; d)  $(-\infty; \infty)$  ; e)  $(-\infty; \infty)$  ; f)  $(-1; 1)$

6) a) 10 y 6

b) 700

c) 12,4 y 2

d) 125, 127, 129 y 131

e) 500

f)  $\frac{14}{9}$

g) 330 de francés y 770 de inglés

h) 39

i) a) Catalina tiene 12 años y su mamá 40.

b) Dentro de 8 años.

- 7) a)  $S = [-4; 4]$  ; b)  $S = (-\infty; -4] \cup [4; \infty)$  , c)  $S = [-1; 5]$  ; d)  $S = [-6,5; -1,5]$  ;  
 e)  $S = (-\infty; -2] \cup [6; \infty)$  ; g)  $S = [-5,25; -2,75]$ ; h)  $S = [-1,025; -0,575]$ ; ; i)  $S = R$  ;  
 j)  $S = R$ ; k)  $S = (-\infty; -5) \cup \left(\frac{3}{2}; \infty\right)$  ; l)  $S = \left(-\frac{2}{5}; \frac{7}{2}\right)$  ;  
 m)  $S = \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}; \infty\right)$   
 n)  $S = \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; \infty\right)$  ; o)  $S = (-2; 5]$  p)  $S = R - \{5\}$  ; q)  $[1; \infty) - \{2\}$   
 r)  $S = (-\infty; 1) \cup \{3\}$  ; s)  $S = (-\infty; 2) - \{-1\}$

- 8) a)  $Dom = R - \left\{\frac{4}{3}\right\}$  ;  $f(0) = -\frac{3}{4}$   
 b)  $Dom = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [1; \infty)$  ; No hay intersección con el eje y  
 c)  $Dom = [-6; 3]$  ;  $f(0) = 6$   
 d)  $Dom = \left[\frac{10}{9}; \frac{3}{2}\right)$  ; No hay intersección con el eje y  
 e)  $Dom = (-2; \infty) - \{1; -1\}$  ;  $f(0) = -\frac{3}{4}$   
 f)  $Dom = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; \infty) - \{2\}$  ; No hay intersección con el eje y

$C^+ = (-6; 3)$   $C^- = \emptyset$ , no es posible conocer (con lo viste hasta el momento) el conjunto imagen y el intervalo de crecimiento.

- 9) a)  $l = r \cdot \sqrt{3}$  ; b)  $Pm = 3 \cdot r \cdot \sqrt{3}$  ; c)  $Area = \frac{3}{4} \cdot r^2 \cdot \sqrt{3}$

10)  $\frac{549}{4}$

11)  $x = 16cm$  ;  $Pm = 80cm$

12) a)  $\overline{AC} = 4,8cm$   $\overline{BC} = 6cm$  b)  $\hat{B} = 53^\circ 7' 48,37''$   $\hat{C} = 36^\circ 52' 11,63''$

- 13) a) Intersección con el eje y : ón con el eje y :  $y = 8$ . Intersección con el eje x :  
 $x = 2; x = -2$   
 b) Crece :  $(-\infty; 0)$  Decrece:  $(0; \infty)$   
 c)  $x = 3$  ;  $x = -3$

Matemática –ILSE

14) a)  $P(b) = \frac{17}{6} \cdot b$  ; b) Función de proporcionalidad directa.

15) a)  $N = (1; -6)$   $M = \left(-\frac{5}{2}; \frac{25}{4}\right)$   $P = (-5; 0)$  b)  $N = (-2; 3)$   $M = (0; 3)$   $P = (-3; 9)$

16)  $A = \left(0; \frac{5}{2}\right)$   $B = \left(6; \frac{5}{2}\right)$   $a = -3$

17)  $A = (0; 6)$   $B = (4; 6)$   $Im_f = (-\infty; 8]$

18) a)  $\widehat{B\hat{C}D} = 21^\circ 34' 30''$   $\overline{DB} = 5,06cm$   $\overline{BC} = 5,53cm$  b)  $\widehat{B\hat{C}D} = 15^\circ$   
 $\overline{AC} = 23,66cm$   $\overline{BC} = 27,32cm$  c)  $\overline{AC} = 17,32cm$   $\overline{CD} = 30,19cm$   
 $\overline{BD} = 14,73cm$  d)  $\overline{AC} = 16,26cm$   $\overline{BC} = 18,78cm$   $\widehat{B\hat{C}D} = 20^\circ$